

# Musique de Pi



Café de l'IMT - 24 mai 2018



Reconnaissez-vous ce nombre ?

3, 141592653589793238462643383279502883197169...

# Reconnaissez-vous ce nombre ?

3, 14159265358979323846264338327950288<sup>3</sup>197169...

FAUX !

# Reconnaissez-vous ce nombre ?

3, 14159265358979323846264338327950288~~3~~<sub>4</sub>197169...

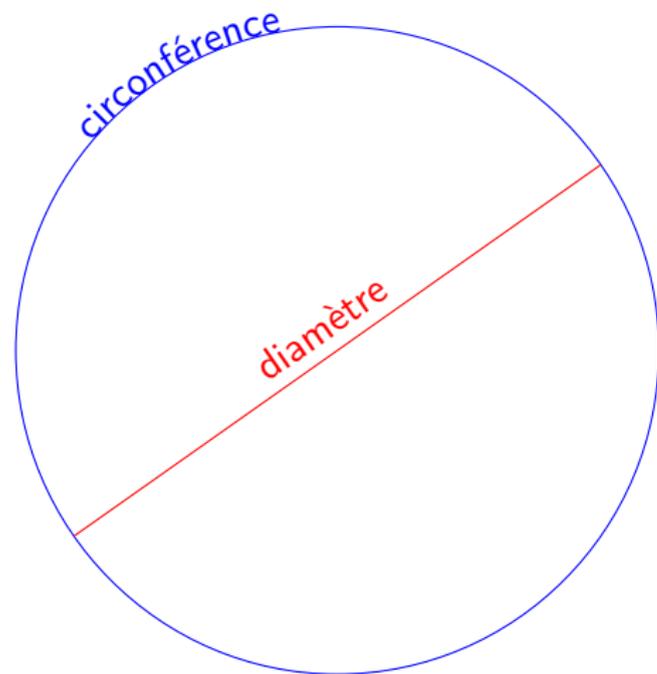
FAUX !

# Reconnaissez-vous ce nombre ?

3, 141592653589793238462643383279502884197169...



# Constante d'Archimède



$$\pi = \frac{\text{circonférence}}{\text{diamètre}}.$$

- Antiquité : Méthode d'approximation d'Archimède.

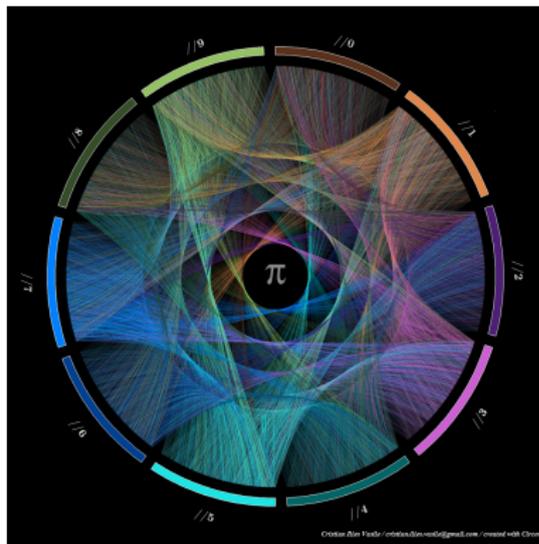
- Antiquité : Méthode d'approximation d'Archimède.
- Moyen-âge : Entre 5 et 10 décimales.

- Antiquité : Méthode d'approximation d'Archimède.
- Moyen-âge : Entre 5 et 10 décimales.
- *XVIII*<sup>e</sup> : Irrationalité de  $\pi$  (Lambert). *XIX*<sup>e</sup> : Transcendance de  $\pi$  (Hermite-Lindemann).

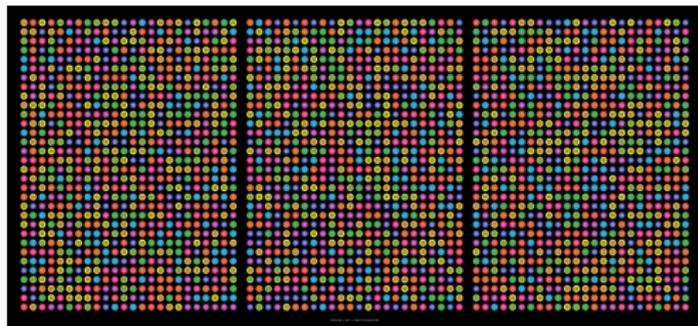
- Antiquité : Méthode d'approximation d'Archimède.
- Moyen-âge : Entre 5 et 10 décimales.
- $XVIII^e$  : Irrationalité de  $\pi$  (Lambert).  $XIX^e$  : Transcendance de  $\pi$  (Hermite-Lindemann).
- Fin  $XIX^e$  : William Shanks passe 15 ans à calculer les 707 premières décimales, seules les 527 premières sont exactes.

- Antiquité : Méthode d'approximation d'Archimède.
- Moyen-âge : Entre 5 et 10 décimales.
- $XVIII^e$  : Irrationalité de  $\pi$  (Lambert).  $XIX^e$  : Transcendance de  $\pi$  (Hermite-Lindemann).
- Fin  $XIX^e$  : William Shanks passe 15 ans à calculer les 707 premières décimales, seules les 527 premières sont exactes.
- $XX^e$  : Séries de Ramanujan (environ 8 décimales supplémentaires à chaque nouveau terme). Plusieurs milliards de décimales.

- Antiquité : Méthode d'approximation d'Archimède.
- Moyen-âge : Entre 5 et 10 décimales.
- $XVIII^e$  : Irrationalité de  $\pi$  (Lambert).  $XIX^e$  : Transcendance de  $\pi$  (Hermite-Lindemann).
- Fin  $XIX^e$  : William Shanks passe 15 ans à calculer les 707 premières décimales, seules les 527 premières sont exactes.
- $XX^e$  : Séries de Ramanujan (environ 8 décimales supplémentaires à chaque nouveau terme). Plusieurs milliards de décimales.
- Novembre 2016 :  $\approx 2.10^{13}$  décimales. Le calcul a pris 105 jours.



Christian Vasile

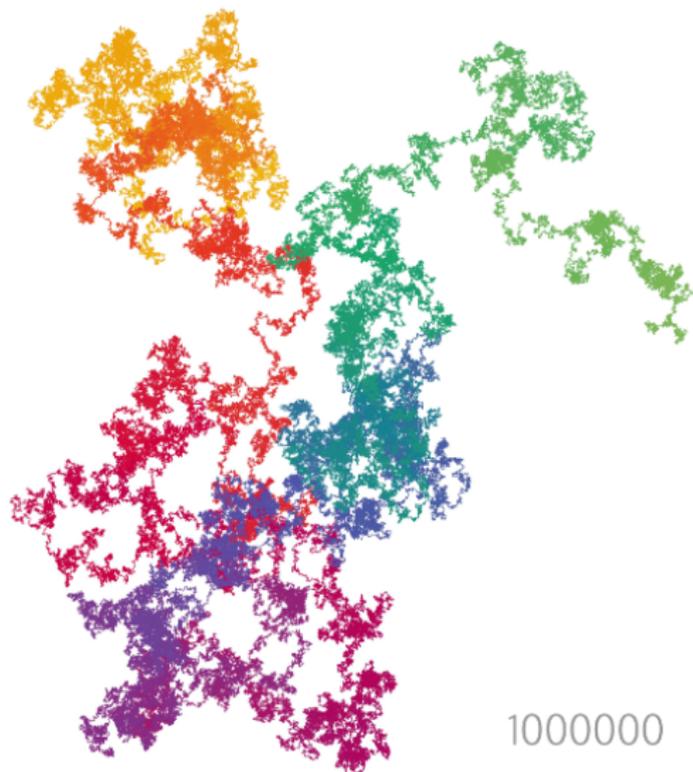
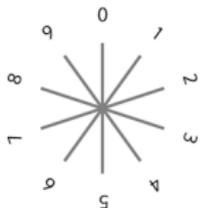


Martin Krzywinsky



Stewart Kenneth Moore

$\pi$



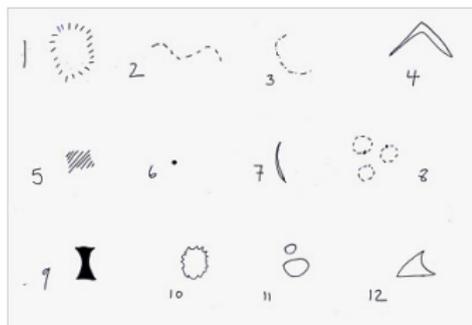
1000000

Nadieh Bremer

*Que j'aime à faire apprendre un nombre utile aux sages.  
Glorieux Archimède, artiste ingénieur !  
Toi, de qui Syracuse, aime encore la gloire,  
Soit ton nom conservé par de savants grimoires.  
Jadis, mystérieux, un problème existait.  
Tout l'admirable procédé, l'œuvre étonnante !  
Que Pythagore découvrit aux anciens Grecs :  
Ô quadrature ! Vieux tourment du philosophe !  
Sibylline rondeur, trop longtemps vous avez  
Défié Pythagore et ses imitateurs !  
Comment intégrer l'espace plan circulaire ?  
Former un triangle auquel il équivaudra ?  
Nouvelle invention : Archimède inscrira  
Dedans un hexagone ; Appréciera son aire  
Fonction du rayon. Pas trop ne s'y tiendra !  
Dédoublera chaque élément antérieur ;  
Toujours de l'orbe calculée approchera ;  
Définira limite ; enfin, l'arc, le limiteur  
De cet inquiétant cercle, ennemi trop rebelle !  
Professeur, enseignez son problème avec zèle...*

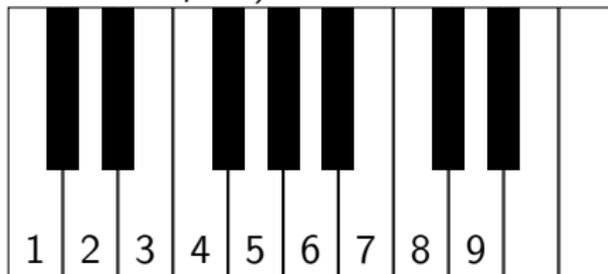
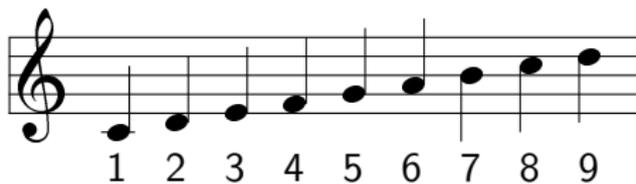
Maurice Decerf (pseudonyme).

- Le goût
- L'odorat
- Le toucher
- L'ouïe

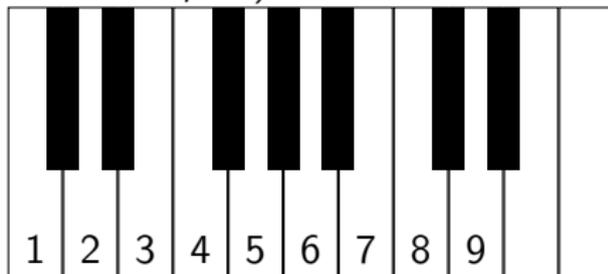
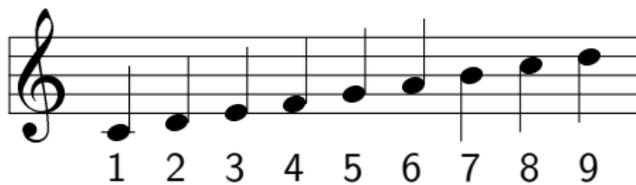


Daniel Tammet

Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).

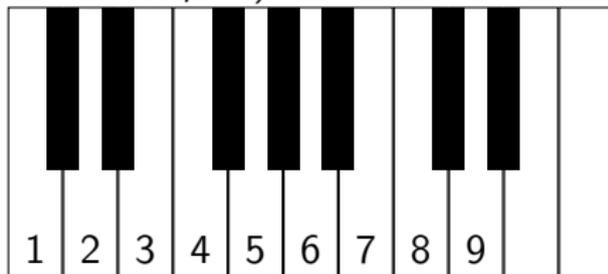


Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).



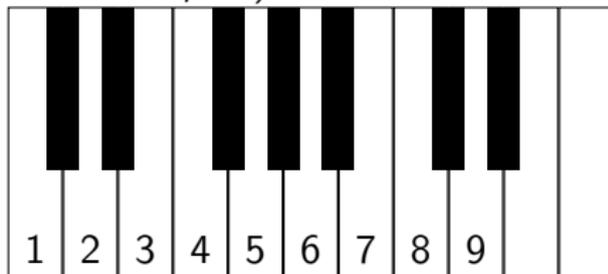
- Touches blanches du piano.

Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).



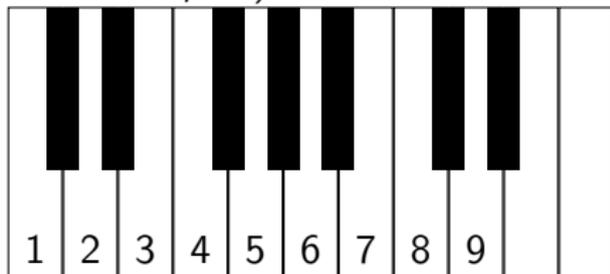
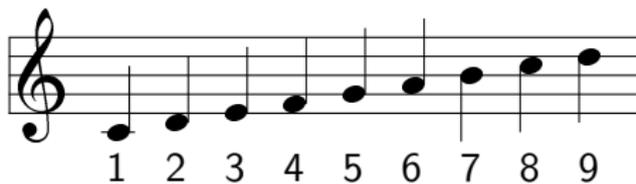
- Touches blanches du piano.
- Boucle des 32 premières décimales (jusqu'au premier zéro).

Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).



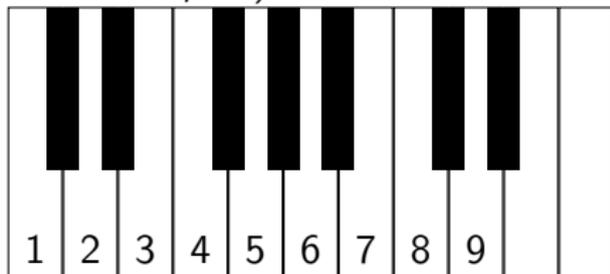
- Touches blanches du piano.
- Boucle des 32 premières décimales (jusqu'au premier zéro).
- La dernière note est un sol (5).

Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).



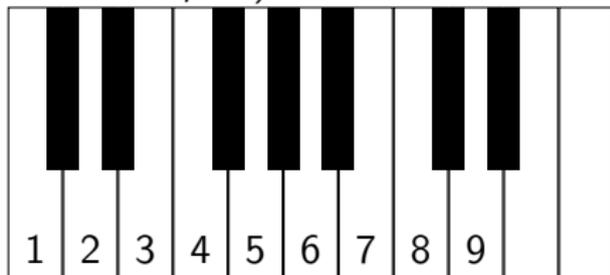
- Touches blanches du piano.
- Boucle des 32 premières décimales (jusqu'au premier zéro).
- La dernière note est un sol (5).
- Accords sous-jacents.

Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).



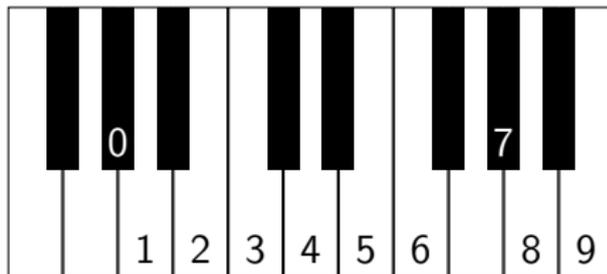
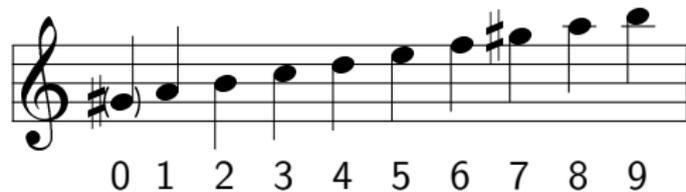
- Touches blanches du piano.
- Boucle des 32 premières décimales (jusqu'au premier zéro).
- La dernière note est un sol (5).
- Accords sous-jacents.
- Canons avec plusieurs instruments.

Compositeur : Michael Blake (musique de  $\pi$ ,  $e$ ,  $\varphi$ ,  $\tau$ ).

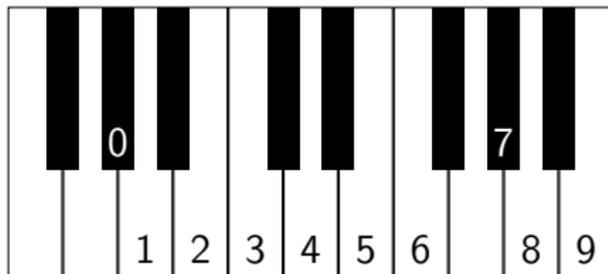


- Touches blanches du piano.
- Boucle des 32 premières décimales (jusqu'au premier zéro).
- La dernière note est un sol (5).
- Accords sous-jacents.
- Canons avec plusieurs instruments.
- Tempo  $157 = 314/2$  bpm.

Compositeur : David MacDonald.

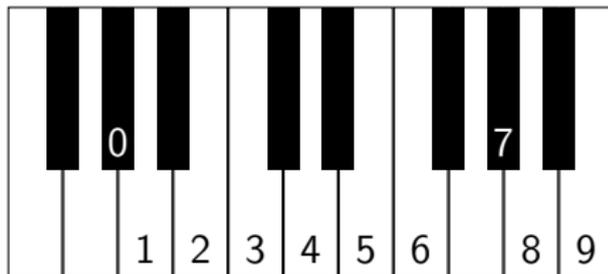


Compositeur : David MacDonald.



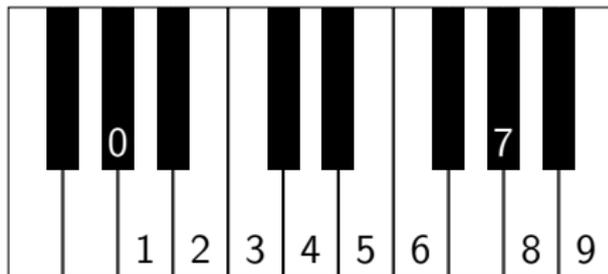
- La mineur harmonique.

Compositeur : David MacDonald.



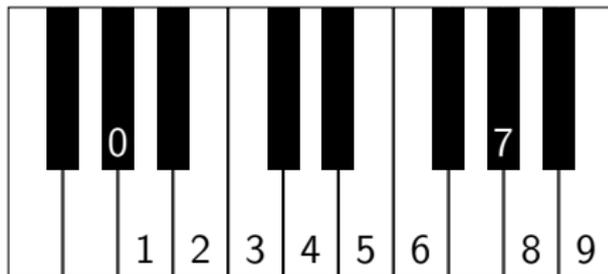
- La mineur harmonique.
- Accompagnement arpèges.

Compositeur : David MacDonald.



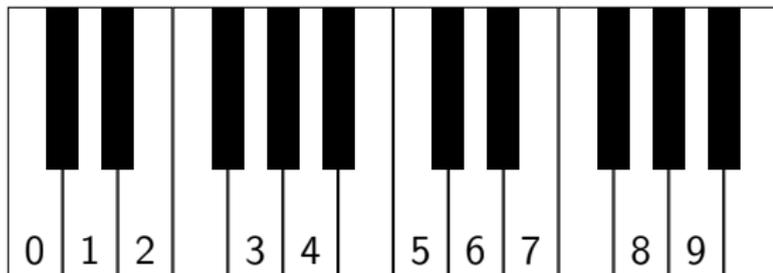
- La mineur harmonique.
- Accompagnement arpèges.
- Succession de noires.

Compositeur : David MacDonald.

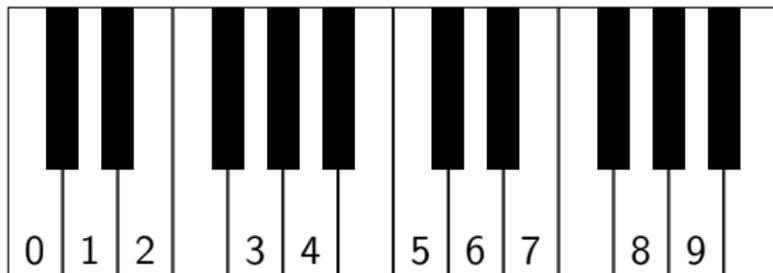


- La mineur harmonique.
- Accompagnement arpèges.
- Succession de noires.
- Ajout d'une intro. Pertinent ?

Compositeur : YourMJK.

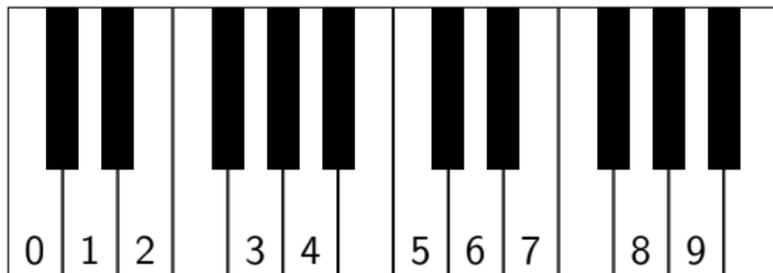


Compositeur : YourMJK.



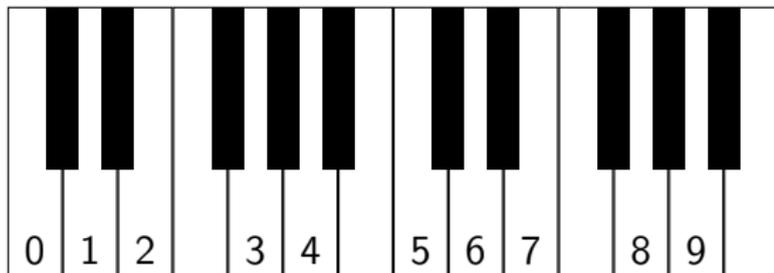
- Do majeur pentatonique.

Compositeur : YourMJK.



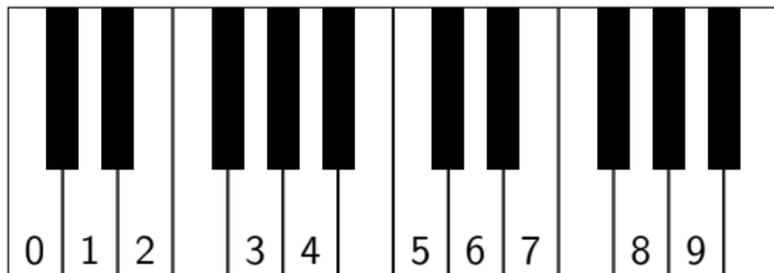
- Do majeur pentatonique.
- $Durée(\text{note } n) = f(\text{note } n + 1)$ .

Compositeur : YourMJK.



- Do majeur pentatonique.
- $Durée(\text{note } n) = f(\text{note } n + 1)$ .
- $Volume(\text{note } n) = g(\text{note } n + 2)$ .

Compositeur : YourMJK.



- Do majeur pentatonique.
- $Durée(\text{note } n) = f(\text{note } n + 1)$ .
- $Volume(\text{note } n) = g(\text{note } n + 2)$ .
- Quatre accords magiques. Do La- Fa Sol. (I VI IV V).

# Reconnaissez-vous ce nombre ?

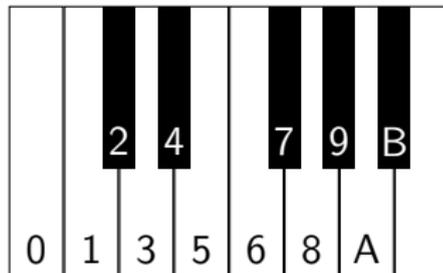
3,184809493B918664573A6211BB151551A05729290A7809A492...

# Reconnaissez-vous ce nombre ?

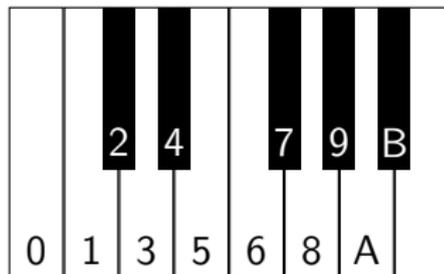
3,184809493B918664573A6211BB151551A05729290A7809A492...

**Réponse** : C'est bien le nombre  $\pi$ , mais en base 12.

Compositeur : Jim Zangerski.

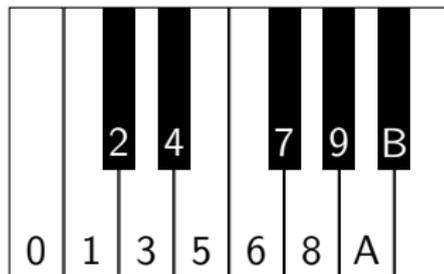
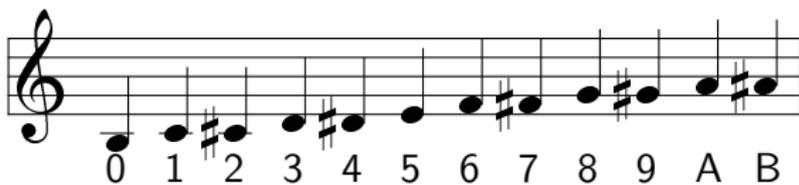


Compositeur : Jim Zangerski.



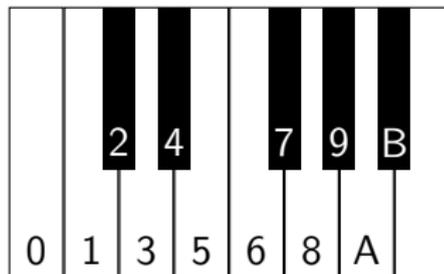
- Gamme chromatique à partir du Si.

Compositeur : Jim Zamerski.



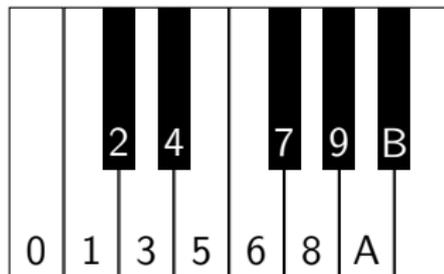
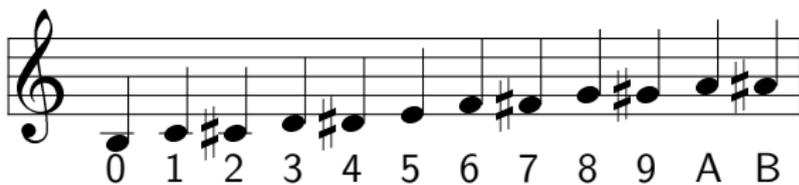
- Gamme chromatique à partir du Si.
- Valse (3 temps par mesures).

Compositeur : Jim Zangerski.



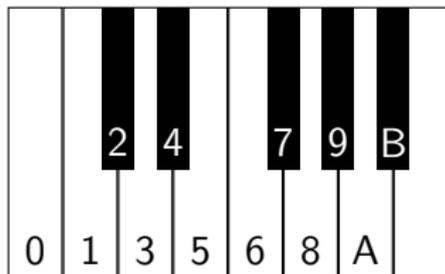
- Gamme chromatique à partir du Si.
- Valse (3 temps par mesures).
- Rythme arrangé par motifs/phrases.

Compositeur : Jim Zangerski.



- Gamme chromatique à partir du Si.
- Valse (3 temps par mesures).
- Rythme arrangé par motifs/phrases.
- Harmonisation et variations d'accompagnements.

Compositeur : Jim Zangerski.

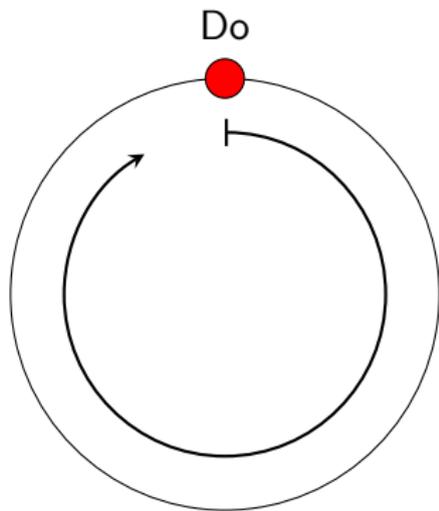


- Gamme chromatique à partir du Si.
- Valse (3 temps par mesures).
- Rythme arrangé par motifs/phrases.
- Harmonisation et variations d'accompagnements.

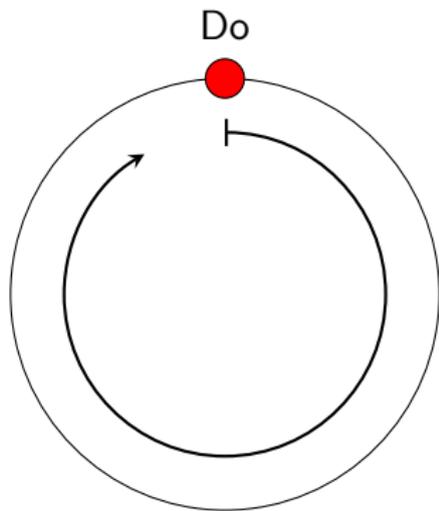
Mais au fait, pourquoi 12 notes dans une octave ?

# Accord Pythagoricien

$F$  : Do



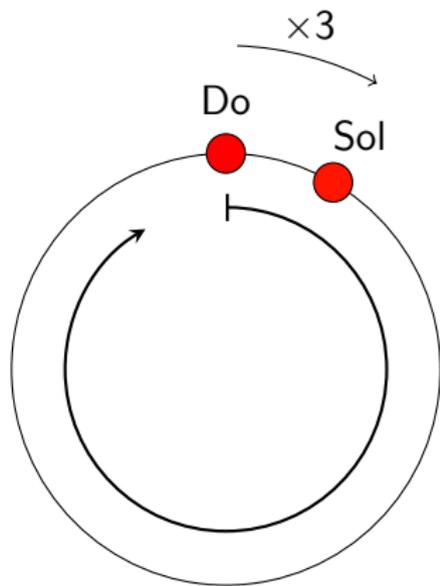
# Accord Pythagoricien



$F : Do$

$2^n \times F : Do$

# Accord Pythagoricien

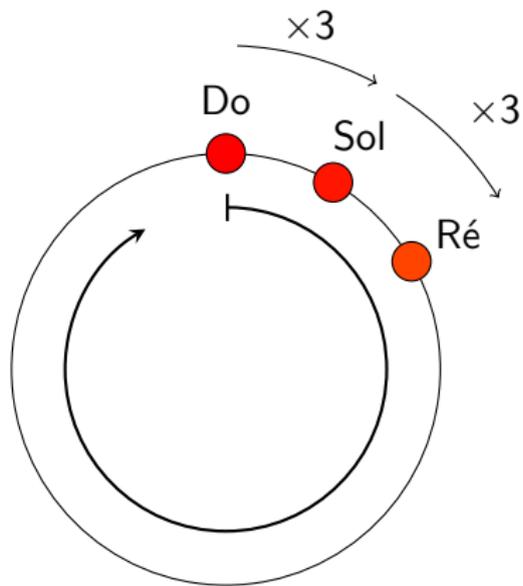


$F : Do$

$2^n \times F : Do$

$3F : Sol$

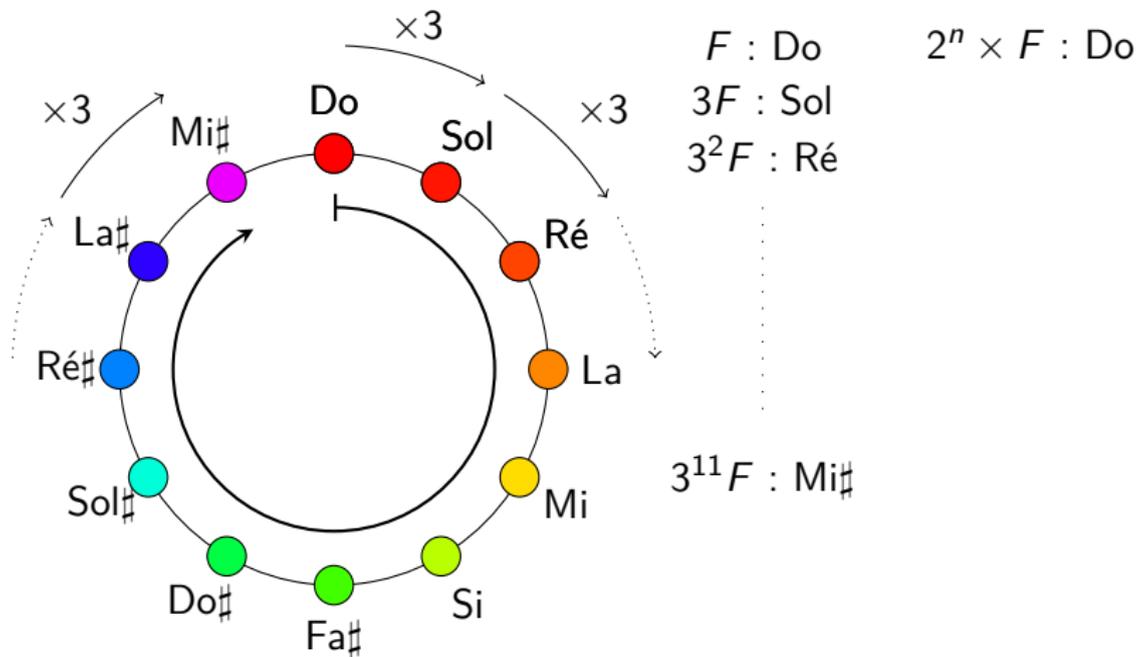
# Accord Pythagoricien



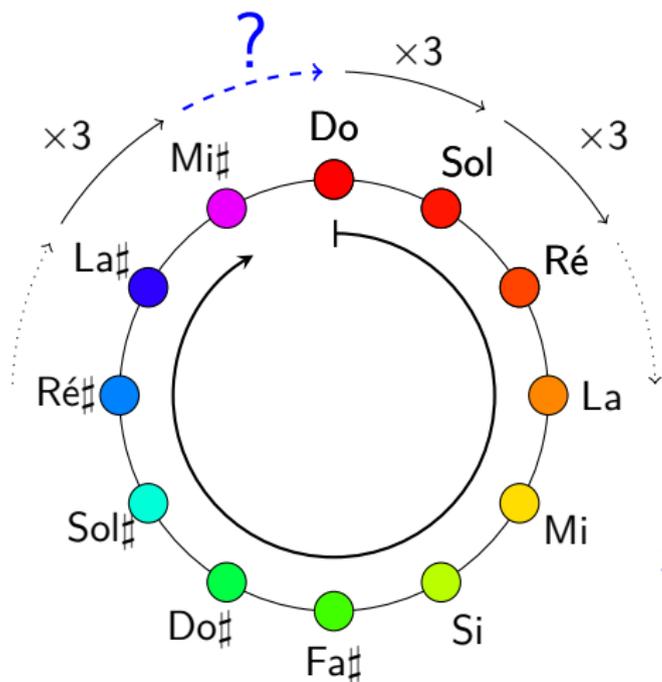
$F$  : Do  
 $3F$  : Sol  
 $3^2F$  : Ré

$2^n \times F$  : Do

# Accord Pythagoricien



# Accord Pythagoricien



$F$  : Do

$2^n \times F$  : Do

$3F$  : Sol

$3^2 F$  : Ré

$3^{11} F$  : Mi#

$3^{12} F \approx 2^{19} F$  : Do

# Reconnaissez-vous à quoi fait référence cette musique ?

# Reconnaissez-vous à quoi fait référence cette musique ?

**Indice** : Ce n'est pas  $\pi$ .

# Reconnaissez-vous à quoi fait référence cette musique ?

**Indice** : Ce n'est pas  $\pi$ .

**Réponse** : C'est  $\tau$  (tau) en base 2.

$$\tau = 110,010010000111111011010101000100010000101\dots$$

# Reconnaissez-vous à quoi fait référence cette musique ?

**Indice** : Ce n'est pas  $\pi$ .

**Réponse** : C'est  $\tau$  (tau) en base 2.

$$\tau = 110, \underbrace{01001000}_{\times 4} \underbrace{01111110}_{\times 4} 11010101000100010000101\dots$$

# Reconnaissez-vous à quoi fait référence cette musique ?

**Indice** : Ce n'est pas  $\pi$ .

**Réponse** : C'est  $\tau$  (tau) en base 2.

$$\tau = 110, \underbrace{01001000}_{\times 4} \underbrace{01111110}_{\times 4} 11010101000100010000101\dots$$

$$\text{Base 2 : } \pi = 11, 0010010000111111011010101000100010000101\dots$$

# Reconnaissez-vous à quoi fait référence cette musique ?

**Indice** : Ce n'est pas  $\pi$ .

**Réponse** : C'est  $\tau$  (tau) en base 2.

$$\tau = 110, \underbrace{01001000}_{\times 4} \underbrace{01111110}_{\times 4} 11010101000100010000101\dots$$

Base 2 :  $\pi = 11, 0010010000111111011010101000100010000101\dots$

Base 3 :  $\pi = 10, 0102110122220102110021111102212222201112\dots$

Base 4 :  $\pi = 3, 0210033312222020201122030020310301030121\dots$

Base 7 :  $\pi = 3, 0663651432036134110263402244652226643520\dots$

Base 16 :  $\pi = 3, 243F6A8885A308D313198A2E03707344A4093822\dots$

- Le choix de la base (nombre de chiffres) est arbitraire.

- Le choix de la base (nombre de chiffres) est arbitraire.
- Le choix de l'accord (organisation des fréquences des notes) est arbitraire.

- Le choix de la base (nombre de chiffres) est arbitraire.
- Le choix de l'accord (organisation des fréquences des notes) est arbitraire.
- Une fois ces deux choix faits, l'association des chiffres avec des notes (+ durées, amplitudes, superpositions...) est arbitraire.

