

Opérations sur les Matrices

Exercice 1 : Soit M la matrice définie par

$$\begin{pmatrix} a+b & b & b \\ b & a+b & b \\ b & b & a+b \end{pmatrix}$$

1. Calculer M^2 en fonction de M et I .
2. Discuter de l'inversibilité de M en fonction de a et b . Déterminer l'inverse le cas échéant.

Exercice 2 : On définit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -3 & 2 & 9 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

1. Calculer A^2 et A^3 . En déduire A^n pour tout entier n .
2. A est-elle inversible ?

Exercice 3 : On définit la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1. On pose $B = A - I_4$. Calculer B^2 et B^k pour tout entier k .
2. En déduire A^n pour tout entier n .
3. Calculer $2A^n + nB^2 - (nB + I_4)^2$.