

Chapitre 4 - Exponentielle

0.1 Propriétés algébriques

Exercice 1. Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \exp(3x) \times \exp(6x-1) \quad ; \quad B = (\exp(x))^2 \times \exp(-2x+1) \quad ; \quad C = \frac{\exp(2x+6)}{\exp(-3x+1)} \quad ; \quad D = \frac{\exp(x^2+1)}{\exp(x(x+1))}.$$

Exercice 2. Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{4e^3}{\exp(-2x)} \quad ; \quad B = (\exp(4x)) \times \exp(-3x+1) \quad ; \quad C = \frac{(\exp(x+1))^2}{\exp(3x-4)}$$

Exercice 3. Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$A = e^3(e^1 - e^{-1}) \quad ; \quad B = e^x(e^x + 5) \quad ; \quad C = e^{-x}(e^x - 2) \quad ; \quad D = e^{2x}(e^x - e^{-x})$$

Exercice 4. Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$A = (e^1 + e^{-3})(e^2 - e^{-1}) \quad ; \quad B = (e^x - 2)^2 \quad ; \quad C = (e^x - 1)(e^{-x} + 3) \quad ; \quad D = (e^x + 2)(e^x + 5)$$

0.2 Equations et inéquations

Exercice 5. Résoudre dans \mathbb{R} , les équations suivantes :

$$e^{3x+1} = e^{2x-4} \quad ; \quad e^{2x} = e^1 \quad ; \quad e^{-3x+6} = e^0 \quad ; \quad e^{-3x+6} = e^1; \quad e^{3x} = -4.$$

Exercice 6. Résoudre les inégalités suivantes.

$$e^{2x+2} < e^0 \quad ; \quad e^{-3x+2} \leq e^1 \quad ; \quad e^{2x+5} < e^{1-x}.$$

0.3 Exponentielle et variations

Exercice 7. Etudier les variations des fonctions suivantes sur \mathbb{R} :

$$f(x) = 2e^x + 3x \quad ; \quad g(x) = e^{2x-4} \quad ; \quad h(x) = e^{-2x+8} \quad ; \quad \phi(x) = 2x - e^{2x} \quad \psi(x) = e^x - ex$$

Exercice 8. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = e^{-0.1x+16}.$$

1. Calculer f' et montrer que $f'(x) = -0,1e^{-0.1x+16}$.
2. En déduire que, pour tout réel x strictement positif, $f'(x) < 0$.
3. A partir de la question précédente, établir le tableau de variations de f .
4. A l'aide de votre calculatrice, déterminer (avec une précision de 2 chiffres après la virgule) à partir de quel moment $f(x) < 0.1$.
5. Reprendre la question précédente avec la fonction h de l'exercice 7.

Exercice 9. Soit $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la fonction définie par

$$f(x) = e^{+0.2x-16}.$$

1. Calculer f' et montrer que $f'(x) = 0,2e^{0.2x-16}$.
2. En déduire que, pour tout réel x strictement positif, $f'(x) > 0$.
3. A partir de la question précédente, établir le tableau de variations de f .
4. A l'aide de votre calculatrice, déterminer (avec une précision de 2 chiffres après la virgule) à partir de quel moment $f(x) > 70$.

0.4 Exercice supplémentaire

Exercice 10. Un corps radioactif se désintègre en transformant une partie de ses noyaux suivant la loi $N(t) = N(0)e^{-kt}$ où $N(t)$ désigne le nombre de noyaux radioactifs à l'instant t (exprimé en heures), $k \in \mathbb{R}$

1. Déterminer la constante k pour le thorium, sachant que dans ce cas là $N(0) = e^{6.9}$ et $N(1) = e^{6.84}$. Arrondir les résultats à 10^{-3} .
2. La période d'un élément radioactif est le temps au bout duquel il reste la moitié de ses atomes. Déterminer la période du thorium. Arrondir à la minute.