

## Chapitre 4 - Exponentielle

### 0.1 Propriétés algébriques

*Exercice 1.* Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \exp(3x) \times \exp(6x-1) \quad ; \quad B = (\exp(x))^2 \times \exp(-2x+1) \quad ; \quad C = \frac{\exp(2x+6)}{\exp(-3x+1)} \quad ; \quad D = \frac{\exp(x^2+1)}{\exp(x(x+1))}.$$

*Exercice 2.* Simplifier au maximum les expressions suivantes :

$$A = \frac{4e^3}{\exp(-2x)} \quad ; \quad B = (\exp(4x)) \times \exp(-3x+1) \quad ; \quad C = \frac{(\exp(x+1))^2}{\exp(3x-4)}$$

*Exercice 3.* Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$A = e^3(e^1 - e^{-1}) \quad ; \quad B = e^x(e^x + 5) \quad ; \quad C = e^{-x}(e^x - 2) \quad ; \quad D = e^{2x}(e^x - e^{-x})$$

*Exercice 4.* Développer et simplifier les expressions suivantes :

$$A = (e^1 + e^{-3})(e^2 - e^{-1}) \quad ; \quad B = (e^x - 2)^2 \quad ; \quad C = (e^x - 1)(e^{-x} + 3) \quad ; \quad D = (e^x + 2)(e^x + 5)$$

### 0.2 Equations et inéquations

*Exercice 5.* Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , les équations suivantes :

$$e^{3x+1} = e^{2x-4} \quad ; \quad e^{2x} = e^1 \quad ; \quad e^{-3x+6} = e^0 \quad ; \quad e^{-3x+6} = e^1; \quad e^{3x} = -4.$$

*Exercice 6.* Résoudre les inégalités suivantes.

$$e^{2x+2} < e^0 \quad ; \quad e^{-3x+2} \leq e^1 \quad ; \quad e^{2x+5} < e^{1-x}.$$

### 0.3 Exponentielle et variations

*Exercice 7.* Etudier les variations des fonctions suivantes sur  $\mathbb{R}$  :

$$f(x) = 2e^x + 3x \quad ; \quad g(x) = e^{2x-4} \quad ; \quad h(x) = e^{-2x+8} \quad ; \quad \phi(x) = 2x - e^{2x} \quad \psi(x) = e^x - ex$$

*Exercice 8.* Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par

$$f(x) = e^{-0.1x+16}.$$

1. Calculer  $f'$  et montrer que  $f'(x) = -0,1e^{-0.1x+16}$ .
2. En déduire que, pour tout réel  $x$  strictement positif,  $f'(x) < 0$ .
3. A partir de la question précédente, établir le tableau de variations de  $f$ .
4. A l'aide de votre calculatrice, déterminer (avec une précision de 2 chiffres après la virgule) à partir de quel moment  $f(x) < 0.1$ .
5. Reprendre la question précédente avec la fonction  $h$  de l'exercice 7.

*Exercice 9.* Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  la fonction définie par

$$f(x) = e^{+0.2x-16}.$$

1. Calculer  $f'$  et montrer que  $f'(x) = 0,2e^{0.2x-16}$ .
2. En déduire que, pour tout réel  $x$  strictement positif,  $f'(x) > 0$ .
3. A partir de la question précédente, établir le tableau de variations de  $f$ .
4. A l'aide de votre calculatrice, déterminer (avec une précision de 2 chiffres après la virgule) à partir de quel moment  $f(x) > 70$ .

### 0.4 Exercice supplémentaire

*Exercice 10.* Un corps radioactif se désintègre en transformant une partie de ses noyaux suivant la loi  $N(t) = N(0)e^{-kt}$  où  $N(t)$  désigne le nombre de noyaux radioactifs à l'instant  $t$  (exprimé en heures),  $k \in \mathbb{R}$

1. Déterminer la constante  $k$  pour le thorium, sachant que dans ce cas là  $N(0) = e^{6.9}$  et  $N(1) = e^{6.84}$ . Arrondir les résultats à  $10^{-3}$ .
2. La période d'un élément radioactif est le temps au bout duquel il reste la moitié de ses atomes. Déterminer la période du thorium. Arrondir à la minute.