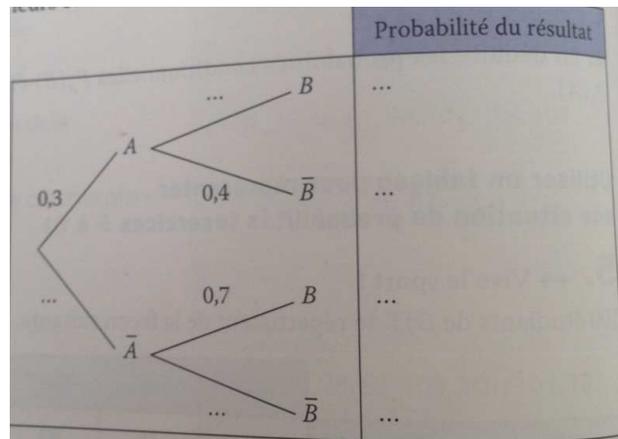


Correction : séance de la semaine du 05/04 au 09/04

0.1 Arbres pondérés

Exercice 1. Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-dessous. Dans celui-ci, A et B désignent deux évènements; \bar{A} et \bar{B} représentent leur évènement complémentaire.



1. Pour compléter l'arbre, il suffit de faire en sorte que **la somme des poids vaut 1**. Par exemple, en partant de la gauche, il faut placer le poids 0,7, puis (de haut en bas) les poids 0,6 et enfin 0,3.
2. Il est important de noter que les probabilités calculées correspondent à la probabilité de l'intersection des évènements rencontrés le long d'un chemin. Celles-ci s'obtiennent en **multipliant les poids rencontrés**, de haut en bas cela donne :

$$\mathbb{P}(A \cap B) = 0,3 \times 0,6 = 0,18 \quad ; \quad \mathbb{P}(A \cap \bar{B}) = 0,3 \times 0,4 = 0,12 \quad ; \quad \mathbb{P}(\bar{A} \cap B) = 0,7 \times 0,3 = 0,21$$

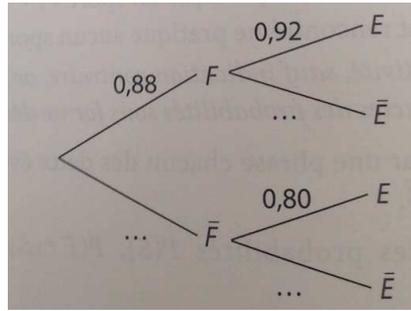
$$; \quad \mathbb{P}(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0,7 \times 0,4 = 0,28.$$

3. Pour que l'évènement B se réalise, il est possible que A ou \bar{A} se soit réalisé : cela correspond au premier chemin (en partant du haut) et du 3-ième chemin. Par suite :

$$\mathbb{P}(B) = \mathbb{P}(A \cap B) + \mathbb{P}(\bar{A} \cap B) = 0,18 + 0,21 = 0,39.$$

Exercice 2. Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre pondéré suivant. Dans celui-ci, E et F désignent deux évènements; \bar{E} et \bar{F} représentent leur évènement complémentaire.

1. Il faut procéder comme dans l'exercice 1, question 1.



2. Il suffit de lire l'arbre sans se tromper. En partant de la gauche, 0,88 correspond à $\mathbb{P}(F)$ et 0,92 correspond à $\mathbb{P}_F(E)$ (i.e. la probabilité que E se réalise sachant que F s'est déjà réalisé). En suivant ce principe, nous trouvons

$$\mathbb{P}(\bar{F}) = 0,12 \quad ; \quad \mathbb{P}_{\bar{F}}(E) = 0,80 \quad ; \quad \mathbb{P}_{\bar{F}}(\bar{E}) = 0,20.$$

3. Il faut procéder comme dans l'exercice 1, question 2 : $\mathbb{P}(F \cap E) = 0,88 \times 0,92 = 0,8096$, $\mathbb{P}(\bar{F} \cap E) = 0,096$ et $\mathbb{P}(\bar{F} \cap \bar{E}) = 0,024$.
4. Comme dans l'exercice 1, question 3, nous trouvons $\mathbb{P}(E) = \mathbb{P}(F \cap E) + \mathbb{P}(\bar{F} \cap E) = 0,88 + 0,096 = 0,9056$.

Exercice 3. 1. Il suffit de dessiner deux branches : l'une menant à l'évènement N avec $\frac{2}{10} = 0,2$ comme poids et l'autre menant à l'évènement B avec 0,8 comme poids.

2. Le dessin de la question précédente correspondait au 1er tirage, il suffit de reproduire cette arbre deux fois (une fois à partir de l'évènement N , une autre fois à partir de l'évènement B) pour obtenir le 2ième tirage. Enfin, il suffit recommencer une dernière fois le procédé précédent pour obtenir le troisième tirage et l'arbre complet (celui-ci doit contenir 8 branches à la fin).
3. L'évènement « obtenir trois boules noires » s'obtient grâce au tirage NNN qui correspond à la premier branche (en partant du haut. Ainsi, $\mathbb{P}(\text{obtenir trois boules noires}) = 0,2^3 = 0,008$.
4. L'évènement F : « obtenir exactement deux boules noires » s'obtient à partir de trois tirages différents : NNB , NBN , BNN (respectivement, en partant du haut, le 2ième chemin, le 3ième et le 4ième). Ainsi,

$$\mathbb{P}(F) = \mathbb{P}(NNB) + \mathbb{P}(NBN) + \mathbb{P}(BNN) = 0,2 \times 0,2 \times 0,8 + 0,2 \times 0,8 \times 0,2 + 0,8 \times 0,2 \times 0,2 = 0,096.$$

0.2 Epreuves de Bernoulli

Exercice 4. 1. Nous sommes dans une situation d'équiprobabilité, la probabilité de l'évènement C vaut $\frac{4850}{5000} = 0,97$.

2. Il s'agit d'une épreuve de Bernoulli puisque l'expérience aléatoire ne présente que 2 issues. La probabilité de succès vaut 0.97
3. Le résultat du loto, le résultat d'un match de football, le résultat d'une élection présidentielle, etc... sont des expériences aléatoires présentant strictement plus de 2 issues.