D.M. 1 **à rendre par binôme pour le** 15/10/20

Exercice 1. Résoudre $z^2 - 2z + 10 = 0$.

Exercice 2. Résoudre $2z - 2i = 3iz - 2$.

Exercice 3. Résoudre $z + 2i\bar{z} = 1 + 3i$.

Indication : poser $z = a + ib$.

Exercice 4. Démontrer que $\overline{z \times z'} = \overline{z} \times \overline{z'}$.

Indication : poser $z = a + ib$ et $z' = a' + ib$.

Exercice 5 (Facultatif). Le but de l'exercice est de résoudre l'équation $(E)\ :\ z^2+(3i-4)z+1-7i = 0$.

1. Montrer que $\Delta = 3 + 4i$.
2. Les questions qui suivent ont pour objectif de déterminer $\delta = a + ib \in \mathbb{C}$ (avec $a \neq 0$) tel que $\delta^2 = \Delta$.
   (a) Montrer que
   $$\delta^2 = \Delta \quad \iff \quad a^2 - b^2 = 3 \quad \text{et} \quad b = \frac{2}{a}.$$
   Indication : identifier partie réelles et imaginaires après avoir développer δ^2.
   (b) En déduire que cela revient à résoudre $a^4 - 3a^2 - 4 = 0$ et $b = \frac{2}{a}$.
   (c) Poser $X = a^2$ et montrer que
   $$a^4 - 3a^2 - 4 = 0 \quad \iff \quad X^2 - 3X - 4 = 0.$$
   (d) Résoudre $X^2 - 3X - 4 = 0$ et en déduire les valeurs de a. *Rappel : $a \in \mathbb{R}$.*
   (e) En déduire que le choix $\delta = 2 + i$ convient.
3. Vérifier que les complexes
   $$z_1 = \frac{-b + \delta}{2a} \quad \text{et} \quad z_2 = \frac{-b - \delta}{2a}$$
   sont solutions de (E).