

BTS - chapitre 7**0.1 Calculs de primitives**

Exercice 1. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = -x + 7$
2. $f(x) = 6x^2 - 8x + 12$
3. $f(x) = 4x^3 - 9x^2 + 8x - 1$
4. $f(x) = 12x^3 + 15x^2 - x + 2$

Exercice 2. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 3x - 4$
2. $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$
3. $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + \frac{1}{3}$
4. $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - \frac{1}{2}x + 2$

Exercice 3. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(t) = \frac{1}{5}e^t$
2. $f(t) = e^{6t}$
3. $f(x) = e^{2x+3}$
4. $f(x) = e^{2x} + e^x + 1$
5. $f(x) = -e^x + 2e^{-x}$

Exercice 4. Vérifier que la fonction donnée F est bien une primitive de f .

1. $f(t) = 2e^{2t+4}$ et $F(t) = e^{2t+4}$.
2. $f(t) = -2t - 4$ et $F(t) = -t^2 - 4t - 5$.
3. $f(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ et $F(x) = \ln(x^2 + 1)$.

0.2 Calculs d'intégrales

Exercice 5. Calculer les intégrales suivantes

1. $\int_2^3 (x - 2)dx$.
2. $\int_0^3 (2x^2 - x + 3)dx$.
3. $\int_{-1}^4 3dx$.

Exercice 6. Calculer les intégrales suivantes

1. $\int_{\frac{3}{2}}^5 \frac{1}{2t-1} dt.$
2. $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x+5} dx.$
3. $\int_{\ln 2}^{\ln 4} e^{-2x+4} dx.$
4. $\int_0^1 \frac{e^x - e^{-x}}{2} dx$
5. $\int_0^1 e^{2t} dt$

Exercice 7. 1. Déterminer la dérivée de $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \ln x$. *Indication :* $(u \times v)' = u'v + uv'$
 2. En déduire la valeur de $\int_1^{e^2} (x \ln x + \frac{x}{2}) dx.$

Exercice 8. 1. Déterminer la dérivée de $f(t) = (2t + 1)e^{-t}$. *Indication :* $(u \times v)' = u'v + uv'$.
 2. En déduire la valeur de $\int_0^1 (-2t + 1)e^{-t} dt.$

0.3 Exercices supplémentaires

Exercice 9. Soit $f(x) = 2x(1 - \ln x) + 1$ définie sur $[e^{-1}; +\infty[$.

1. Montrer que $F(x) = \frac{3}{2}x^2 - x^2 \ln x + x$ est une primitive de f . *Indication :* $(u \times v)' = u'v + uv'$.
2. Calculer l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe $y = f(x)$ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$.

Exercice 10. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2(2x - 1)^3$
2. $f(x) = (x + 1)(x^2 + 2x + 3)$
3. $f(x) = x(x^2 + 1)^2$

Exercice 11. Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

1. $f(x) = \frac{2}{x}$
2. $f(x) = \frac{1}{x+3}$
3. $f(x) = \frac{2x-1}{x^2-x+1}$
4. $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$