

BTS - chapitre 3

0.1 Rappels et probabilités conditionnelles

Exercice 1. Considérons deux évènements A et B tels que

$$\mathbb{P}(A) = 0,4 \quad ; \quad \mathbb{P}(B) = 0,6 \quad ; \quad \mathbb{P}(A \cup B) = 0,7$$

1. A l'aide de la formule $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$, déterminer la valeur de $\mathbb{P}(A \cap B)$.
2. En déduire les valeurs des probabilités conditionnelles $\mathbb{P}_A(B)$ et $\mathbb{P}_B(A)$.

Exercice 2. 100 étudiants de *BTS* se répartissent de la façon suivante :

	Filles	Garçons	Total
Pratiquent un sport	30	50	80
Ne pratiquent aucun sport	12	8	20
Total	42	58	100

Nous rencontrons au hasard l'un des 100 étudiants (il est supposé que tous les étudiants ont la même probabilité d'être rencontré) et nous considérons les évènements suivants :

- F : « l'étudiant rencontré est une fille ».
- G : « l'étudiant rencontré est un garçon »
- S : « l'étudiant rencontré pratique un sport »
- \bar{S} : « l'étudiant rencontré ne pratique aucun sport »

Les probabilités demandées doivent être données sous forme décimale sans arrondi (sauf si cela est spécifié).

1. Traduire par une phrase chacun des évènements $F \cap S$ et $G \cap \bar{S}$.
2. Calculer les probabilités $\mathbb{P}(S)$, $\mathbb{P}(F \cap S)$, $\mathbb{P}(\bar{S})$ et $\mathbb{P}(G \cap \bar{S})$.
3. A l'aide du tableau, calculer $\mathbb{P}_S(F)$ et $\mathbb{P}_{\bar{S}}(G)$.
4. Vérifier que $\mathbb{P}(F \cap S) = \mathbb{P}_S(F) \times \mathbb{P}(S)$
5. Calculer la probabilité que, sachant que l'étudiant est un garçon, il pratique un sport. Le résultat est) arrondir à 10^{-2} près.

Exercice 3. Un sondage est effectué dans une société comprenant 40% de cadres et 60% d'employés. Nous savons que 20% des cadres et 10% des employés de cette société parlent anglais.

1. Considérons un groupe de 100 salariés, compléter le tableau ci-dessous.

	Salariés parlant anglais	Salariés ne parlant pas anglais	Total
Nombre de cadres			
Nombre d'employés			
Total			100

2. Un employé est choisi au hasard parmi les 100. Calculer la probabilité des évènements suivants :

- E : « le salarié est un employé ».
- A : « le salarié sait parler anglais ».
- C : « le salarié est un cadre sachant parler anglais »
- D : « le salarié est un employé sachant parler anglais »

3. Calculer $\mathbb{P}_A(E)$. Arrondir à 10^{-3} .

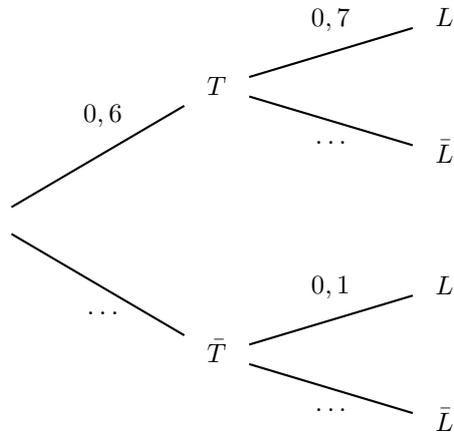
0.2 Arbres pondérés et formules des probabilités totales

Exercice 4. Dans une entreprise de vente par internet, un téléviseur et un lecteur Bluray sont en promotion pendant une semaine. Un jour de cette semaine, on tire au hasard le nom d'une personne dont la commande est parvenue ce jour-là. Nous admettons que

- la probabilité qu'elle achète le téléviseur est 0,6
- la probabilité qu'elle achète le lecteur Bluray si elle achète le téléviseur est 0,7
- la probabilité qu'elle achète le lecteur Bluray si elle n'achète pas le téléviseur est 0,1

T désigne l'évènement « la personne achète le téléviseur » et L désigne l'évènement « la personne achète le lecteur Bluray ». Les évènements contraires sont notés \bar{L} et \bar{T} .

1. Compléter l'arbre suivant



2. Calculer $\mathbb{P}(T \cap L)$ et $\mathbb{P}(\bar{T} \cap L)$. En déduire la valeur de $\mathbb{P}(L)$
3. Déterminer $\mathbb{P}_T(L)$ et $\mathbb{P}_{\bar{T}}(\bar{L})$.
4. Déterminer la probabilité des événements A : « la personne achète les deux appareils » et B : « la personne n'achète aucun des deux appareils ».

Exercice 5. Une entreprise de produits pharmaceutiques fabrique en très grande quantité un certain type de comprimés. On prélève au hasard un comprimé dans la production d'une journée. La probabilité qu'un comprimé prélevé au hasard dans la production soit conforme est 0.9.

C correspond à l'évènement « le comprimé prélevé est conforme » et \bar{C} à son évènement contraire.

1. Calculer la probabilité de \bar{C}
2. Chaque comprimé est contrôlé à la fin de la production. Lorsqu'un comprimé est conforme, il est toujours accepté lors de ce contrôle; quand un comprimé n'est pas conforme, il peut être néanmoins accepté avec une probabilité de $\frac{1}{11}$. On note A l'évènement « le comprimé est accepté à l'issue du contrôle ».
 - (a) Construire un arbre pondéré représentant la situation.
 - (b) Montrer, à l'aide de l'arbre, que $\mathbb{P}(A \cap C) = \frac{9}{10}$ et $\mathbb{P}(A \cap \bar{C}) = \frac{1}{110}$.
 - (c) Montrer que $\mathbb{P}(A) = \frac{10}{11}$ et $\mathbb{P}_A(C) = \frac{99}{100}$ interpréter ce dernier résultat par une phrase.

0.3 Indépendance

Exercice 6. Soient A et B deux évènement aléatoires. Les valeurs suivantes sont données :

$$\mathbb{P}(A) = \frac{5}{3} \quad ; \quad \mathbb{P}(B) = \frac{3}{4} \quad ; \quad \mathbb{P}(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

1. L'une de ces données est aberrante, laquelle et pourquoi?
2. Remplacer cette valeur de sorte que les évènements A et B soient indépendants.
3. Calculer $\mathbb{P}_A(B)$.

Exercice 7. On a posé à un groupe de 36 étudiants la question : « regardez vous des séries sur Netflix » ? Les réponses sont données dans le tableau ci-dessous

	Oui	Non
Filles	20	4
Garçons	10	2

Chaque élève a noté sa réponse sur un fiche. On prélève au hasard une fiche parmi les 36 (tous les tirages sont supposés équiprobables) et on considère les événements suivants :

- O : « la fiche est celle d'un élève qui a répondu oui »
- F : « la fiche est celle d'une fille ».

Les événements O et F sont-ils indépendants ? Justifier votre réponse.

0.4 Exercice supplémentaire

Exercice 8. Dans un lycée, on interroge les élèves de terminale STMG sur leurs intentions d'orientation post-bac après le conseil de classe du troisième trimestre. On compte parmi ces élèves 45% de filles. Nous savons également que

- 95% des filles souhaitent s'inscrire en BTS ou en DUT.
- 90% des garçons souhaitent cette même orientation.

On choisit une fiche au hasard. Chaque fiche a la même probabilité d'être choisie. On note A , B et E les événements suivants :

- A : « l'élève est une fille » ;
- B : « l'élève est un garçon » ;
- E : « l'élève souhaite s'inscrire en BTS ou en DUT » ;

1. Etablir un arbre pondéré résumant la situation.
2. Définir par une phrase l'évènement $A \cap E$
3. Déterminer $\mathbb{P}(A \cap E)$ et $\mathbb{P}(B \cap E)$.
4. En déduire $\mathbb{P}(E)$.
5. Calculer, puis comparer $\mathbb{P}_E(A)$ et $\mathbb{P}_E(B)$. Que peut-on en conclure ?