

Le théorème de Pythagore

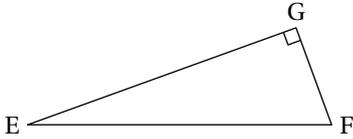
Objectif(s) :

- Je sais utiliser le théorème de Pythagore pour calculer une longueur.
- Je sais utiliser la réciproque du théorème de Pythagore pour prouver qu'un triangle est rectangle.
- Je sais utiliser la racine carrée d'un nombre positif.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ Calculer 5^2 , c'est obtenir...	10	25	52
2/ On peut écrire 49 sous la forme...	7×2	$7 + 7$	7×7
3/ L'aire d'un carré de côté c se calcule par la formule...	$c \times c$	$c + c$	$4 \times c$
4/ Le triangle EFG ci-dessous est un...	triangle rectangle en E	triangle rectangle en F	triangle rectangle en G

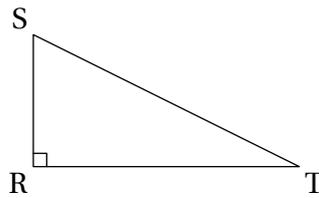


1 - B / 2 - C / 3 - A / 4 - C
Auto-correction.

Je réactive mes connaissances

Le théorème de Pythagore

Dans un triangle rectangle, l'aire du carré construit sur l'hypoténuse est égale à la somme des aires des carrés construits sur les côtés de l'angle droit.

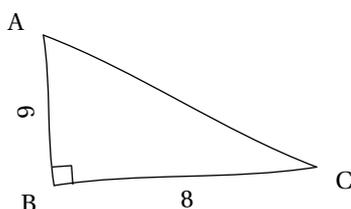


Comme le triangle RST est rectangle en R , alors :

$$ST^2 = SR^2 + RT^2$$

Exemple 1 Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

L'unité de longueur est le centimètre. La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle ABC rectangle en B , le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 6^2 + 8^2$$

$$AC^2 = 36 + 64$$

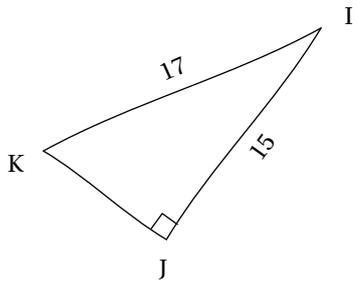
$$AC^2 = 100$$

$$AC = 10 \text{ cm}$$

La longueur AC mesure 10 cm.

Exemple 2 Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle

L'unité de longueur est le centimètre. La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle KJI rectangle en J , le théorème de Pythagore permet d'écrire :

$$\begin{aligned} KI^2 &= KJ^2 + JI^2 \\ 17^2 &= KJ^2 + 15^2 \\ 289 &= KJ^2 + 225 \\ KJ^2 &= 289 - 225 \\ KJ^2 &= 64 \\ KJ &= 8 \text{ cm} \end{aligned}$$

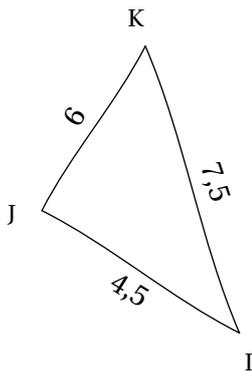
La longueur KJ mesure 8 cm.

La réciproque du théorème de Pythagore

On considère un triangle ABC où $[BC]$ est le plus grand côté.
Si $BC^2 = BA^2 + AC^2$, alors le triangle ABC est rectangle en A .

Exemple 3 Prouver qu'un triangle est rectangle

La figure est donnée à titre indicatif.



Dans le triangle IJK , $[IK]$ est le plus grand côté.

$$\begin{array}{l|l} IK^2 & IJ^2 + JK^2 \\ 7,5^2 & 4,5^2 + 6^2 \\ 56,25 & 20,25 + 36 \\ & 56,25 \end{array}$$

Comme $IK^2 = IJ^2 + JK^2$, alors le triangle IJK est rectangle en J d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

La racine carrée d'un nombre positif

On considère un nombre positif n .
La racine carrée de n est le nombre positif qui multiplié par lui-même, donne le nombre n .

$$\sqrt{n} \times \sqrt{n} = n \quad \text{ou} \quad (\sqrt{n})^2 = n$$

n	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
\sqrt{n}	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Avec une calculatrice :



Je m'exerce

Exercice 1

L'unité de longueur est le centimètre. Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 12$ et $BC = 13$.

1. Quel est le nom de l'hypoténuse de ce triangle?
2. Calcule la longueur AC en détaillant la démarche.
3. Trace le triangle ABC .

Exercice 2

On considère un triangle ABC tel que $AB = 9$ cm ; $AC = 12$ cm et $BC = 15$ cm.

1. Explique (sans calcul) pourquoi on est certain que ce triangle n'est pas rectangle en B ou C .
2. Prouve que ce triangle est rectangle en A .

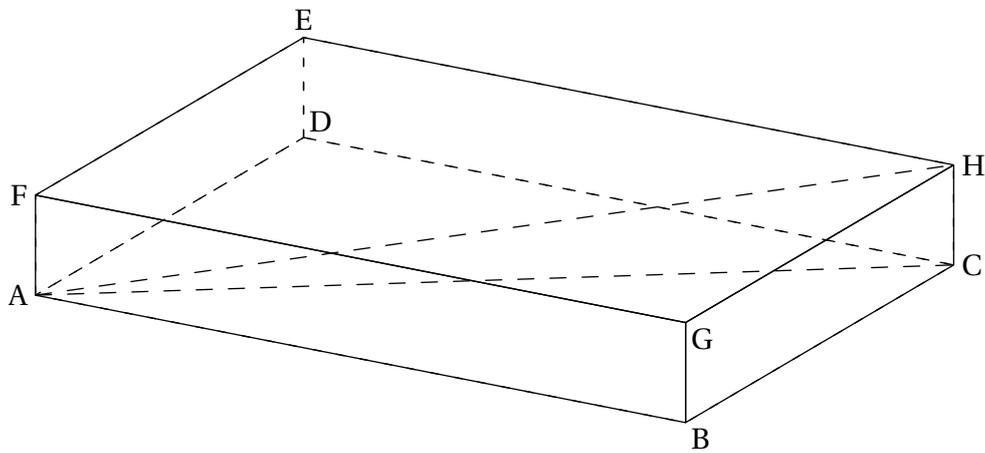
Exercice 3

Les questions sont indépendantes.

1. Le triangle AZE est rectangle en E avec $ZE = 5$ cm et $AE = 6$ cm.
Fais une figure, puis calcule la valeur arrondie, au millimètre près, de la longueur AZ .
2. Le triangle RTY est rectangle en R avec $RT = 12$ dm et $TY = 14$ dm.
Calcule l'arrondi, au millimètre près, de la longueur RY .

Exercice 4

On considère le pavé droit ci-dessous. Les dimensions sont les suivantes : $HC = 2$ cm, $BC = 6$ cm et $AB = 9$ cm. Calcule la longueur AH .



Je cherche, je raisonne

Enigme 1

$MATH$ est un losange de centre O , tel que $AH = 6,4$ cm et $MA = 7,2$ cm.

1. Fais une figure à main levée.
2. Calcule la longueur de la diagonale $[MT]$.
3. Fais une figure en vraie grandeur.

Enigme 2

Dans un rectangle de longueur 7 cm, le périmètre est de 18 cm.

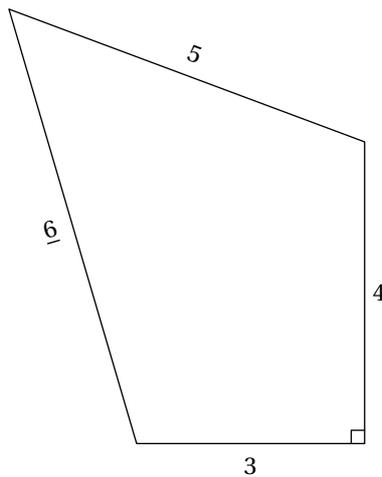
1. Quelle est la largeur de ce rectangle ? Construis alors le rectangle en vraie grandeur.
2. Calcule la longueur de la diagonale d'un tel rectangle.

Enigme 3

Construis un segment de longueur $\sqrt{5}$ cm.

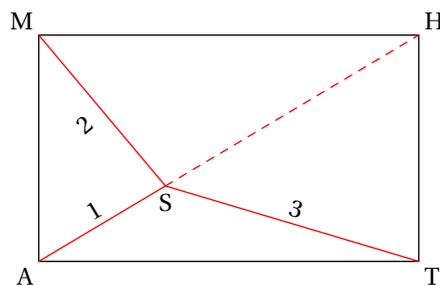
Enigme 4

Détermine l'aire du quadrilatère suivant :



Enigme 5

Quatre personnes M, A, T et H sont disposés en rectangle comme la figure ci-dessous. Une cinquième personne S est située à l'intérieur du rectangle comme indiqué sur la figure. Les distances, exprimées en centimètre, séparant cette personne S des personnes M, A et T sont indiquées sur la figure.



Quelle distance sépare la personne S de la personne H?