

Démocratie et mathématique (partie 2)

D'après des articles de R. Peyre

Recherche d'un système de vote vérifiant les conditions :

- ▶ Représente (le mieux possible) la volonté du peuple

Recherche d'un système de vote vérifiant les conditions :

- ▶ Représente (le mieux possible) la volonté du peuple
- ▶ Robuste aux mensonges (« vote utile »).

1er tour

- ▶ Hollande 31%
- ▶ Sarkozy 28%
- ▶ Le Pen 19%
- ▶ Mélanchon 13%
- ▶ Bayrou 9%

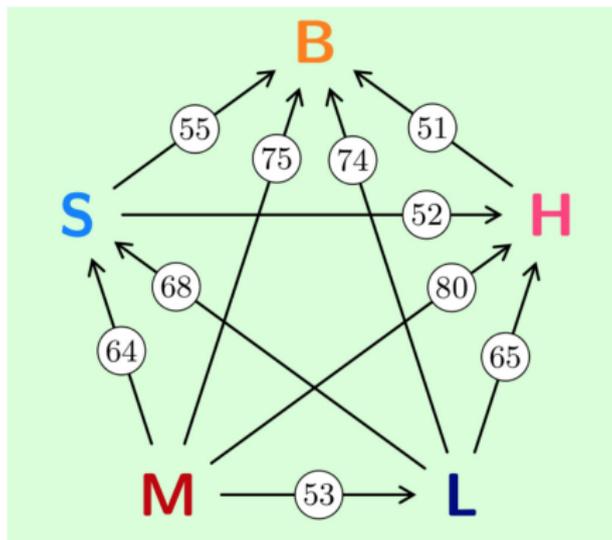
1er tour

- ▶ Hollande 31%
- ▶ Sarkozy 28%
- ▶ Le Pen 19%
- ▶ Mélanchon 13%
- ▶ Bayrou 9%

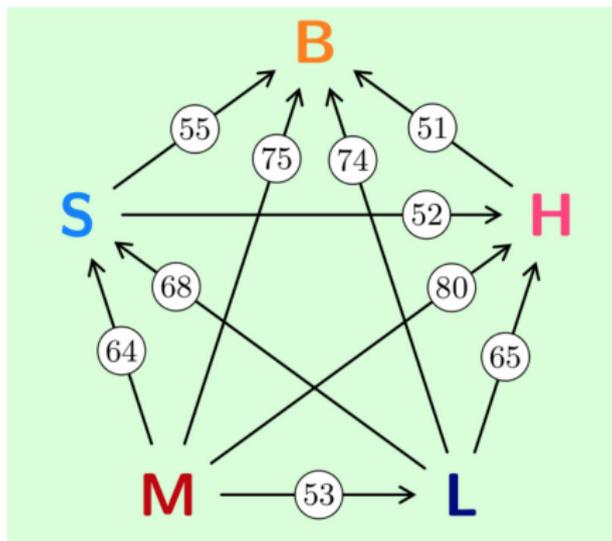
2ème tour

- ▶ Hollande 52%
- ▶ Sarkozy 48%

Sondages des faces à faces

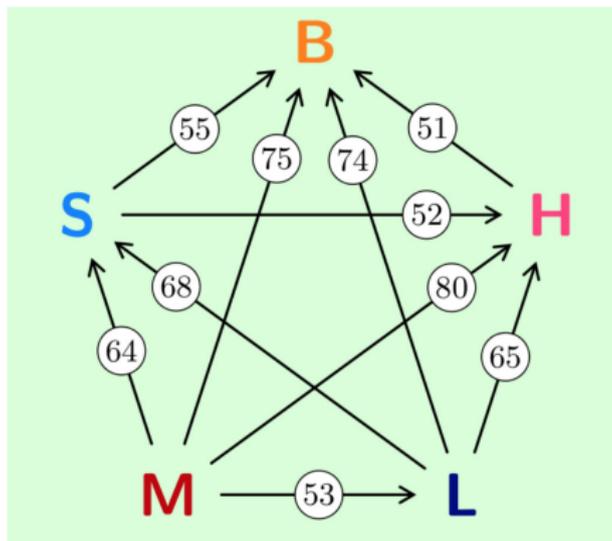


Sondages des faces à faces



Bayrou aurait vaincu **tout le monde**.

Sondages des faces à faces



Bayrou aurait vaincu **tout le monde**.

Paradoxe ?

Vainqueur de Condorcet

Définition

1. Un candidat **préfér**é à **n'importe quel autre** par une majorité d'électeurs est un **vainqueur de Condorcet**.

Définition

1. Un candidat **préfér**é à **n'importe quel autre par une majorité** d'électeurs est un **vainqueur de Condorcet**.
2. Une méthode électorale satisfait le **critère de Condorcet** lorsqu'elle désigne toujours le vainqueur de Condorcet (s'il existe).

Définition

1. Un candidat **préfér**é à **n'importe quel autre par une majorité** d'électeurs est un **vainqueur de Condorcet**.
2. Une méthode électorale satisfait le **critère de Condorcet** lorsqu'elle désigne toujours le vainqueur de Condorcet (s'il existe).

Théorème

Il ne peut y avoir plus d'un vainqueur de Condorcet.

Définition

1. Un candidat **préféré à n'importe quel autre par une majorité** d'électeurs est un **vainqueur de Condorcet**.
2. Une méthode électorale satisfait le **critère de Condorcet** lorsqu'elle désigne toujours le vainqueur de Condorcet (s'il existe).

Théorème

Il ne peut y avoir plus d'un vainqueur de Condorcet.

Pour Condorcet, une méthode électorale est **juste** si elle **satisfait le critère éponyme**.

Un vainqueur de Condorcet (noté X ci-dessous) sera **toujours élu** (s'il existe).

Un vainqueur de Condorcet (noté X ci-dessous) sera **toujours élu** (s'il existe).

Si Y est prédit vainqueur, une majorité d'électeurs peut changer son vote pour X et le faire gagner.

Un vainqueur de Condorcet (noté X ci-dessous) sera **toujours élu** (s'il existe).

Si Y est prédit vainqueur, une majorité d'électeurs peut changer son vote pour X et le faire gagner.

Rajouter des candidats (Y , Z et X par exemple) ne change rien, il y aura toujours une **majorité** qui pourra **modifier son vote** pour faire élire X .

Un vainqueur de Condorcet (noté X ci-dessous) sera **toujours élu** (s'il existe).

Si Y est prédit vainqueur, une majorité d'électeurs peut changer son vote pour X et le faire gagner.

Rajouter des candidats (Y, Z et X par exemple) ne change rien, il y aura toujours une **majorité** qui pourra **modifier son vote** pour faire élire X .

Critère de Condorcet \Rightarrow votes « stratégiques » inutiles

Le résultat d'une méthode vérifiant le critère de C. est **indifférent aux petits candidats.**

Le résultat d'une méthode vérifiant le critère de C. est **indifférent aux petits candidats**.

Théorème

1. Le vainqueur de C. reste le même si nous **enlevons des candidats**.

Le résultat d'une méthode vérifiant le critère de C. est **indifférent aux petits candidats**.

Théorème

1. Le vainqueur de C. reste le même si nous **enlevons des candidats**.
2. Le vainqueur de C. (noté X) ne change pas si nous rajoutons des candidats « **pas trop gros** » (moins aimés que X).

Théorème (paradoxe de Condorcet)

Dès qu'il y a au moins 3 candidats, il existe des situations où il n'y a **pas de vainqueur de Condorcet**.

Théorème (paradoxe de Condorcet)

Dès qu'il y a au moins 3 candidats, il existe des situations où il n'y a **pas de vainqueur de Condorcet**.

En pratique : les situations politiques **réalistes et complexes** **semblent empêcher le paradoxe** de C. de se produire.

Théorème (paradoxe de Condorcet)

Dès qu'il y a au moins 3 candidats, il existe des situations où il n'y a **pas de vainqueur de Condorcet**.

En pratique : les situations politiques **réalistes et complexes** **semblent empêcher le paradoxe** de C. de se produire.

Modélisation du paysage politique ?

À suivre