

Démocratie et mathématique (partie 3)

D'après des articles de R. Peyre

Recherche d'un système de vote vérifiant les conditions :

- ▶ Représente (le mieux possible) la volonté du peuple

Recherche d'un système de vote vérifiant les conditions :

- ▶ Représente (le mieux possible) la volonté du peuple
- ▶ Robuste aux mensonges (« vote utile »).

Notion de vainqueur de Condorcet

- ▶ Pousse les électeurs à être honnêtes (**pas de stratégie de vote**)

Notion de vainqueur de Condorcet

- ▶ Pousse les électeurs à être honnêtes (**pas de stratégie de vote**)
- ▶ Système électoral indifférent aux petits candidats.

Notion de vainqueur de Condorcet

- ▶ Pousse les électeurs à être honnêtes (**pas de stratégie de vote**)
- ▶ Système électoral indifférent aux petits candidats.
- ▶ **Problème** : le vainqueur de Condorcet **n'existe pas toujours**.

Notion de vainqueur de Condorcet

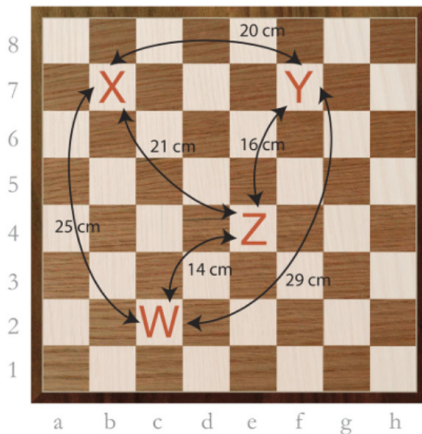
- ▶ Pousse les électeurs à être honnêtes (**pas de stratégie de vote**)
- ▶ Système électoral indifférent aux petits candidats.
- ▶ **Problème** : le vainqueur de Condorcet **n'existe pas toujours**.

Questions : en pratique existe-t-il ? Comment modéliser le paysage politique ?

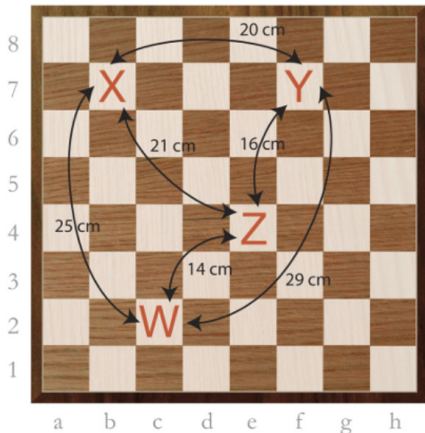
En général, nous votons pour la personne dont **les positions politiques** sont les plus **proches des nôtres**.

Echiquier politique en 2 dimensions

En général, nous votons pour la personne dont **les positions politiques** sont les plus **proches des nôtres**.



Echiquier politique en 2 dimensions



Exemple

Un électeur se trouvant en C6 aura les préférences : $X > Z > W > Y$

Problème ?

Problème ?

Il est possible de créer des **situations** sur l'échiquier politique aboutissant à un **paradoxe de Condorcet** : le vainqueur de C. n'existe pas toujours

Problème ?

Il est possible de créer des **situations** sur l'échiquier politique aboutissant à un **paradoxe de Condorcet** : le vainqueur de C. n'existe pas toujours

Modèle plus simple ?

Problème ?

Il est possible de créer des **situations** sur l'échiquier politique aboutissant à un **paradoxe de Condorcet** : le vainqueur de C. n'existe pas toujours

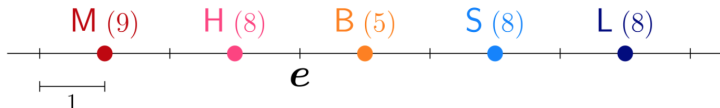
Modèle plus simple ? en 1 dimension ?

1. Candidats placés (**sur une droite**) de l'extrême gauche à l'extrême droite.

1. Candidats placés (**sur une droite**) de l'extrême gauche à l'extrême droite.
2. **Valeurs** « **intrinsèques** » (mais arbitraires) ajoutées (qualités intellectuelles, charismes, . . .) aux candidats.

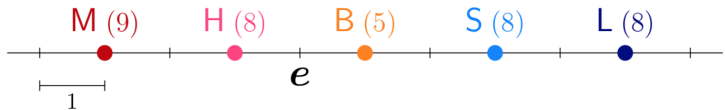
Echiquier politique en 1 dimension

1. Candidats placés (**sur une droite**) de l'extrême gauche à l'extrême droite.
2. **Valeurs** « **intrinsèques** » (mais arbitraires) ajoutées (qualités intellectuelles, charismes, . . .) aux candidats.

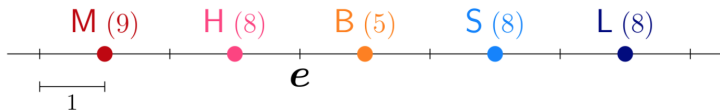


e désigne un électeur.

Echiquier politique en 1 dimension



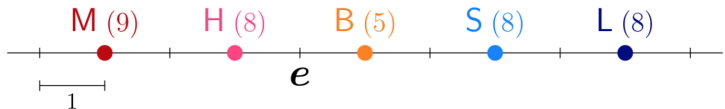
Echiquier politique en 1 dimension



Exemple

- ▶ e donne le score 9 (valeur) - 3 (distance) = 6 à M .

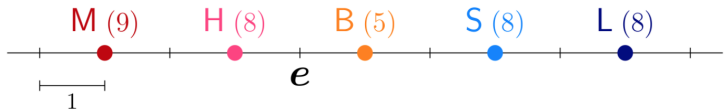
Echiquier politique en 1 dimension



Exemple

- ▶ e donne le score 9 (valeur) - 3 (distance) = 6 à M .
- ▶ e donne le score 8 (valeur) - 1 (distance) = 7 à H .

Echiquier politique en 1 dimension



Exemple

- ▶ e donne le score 9 (valeur) - 3 (distance) = 6 à M .
- ▶ e donne le score 8 (valeur) - 1 (distance) = 7 à H .
- ▶ ...

Théorème (Roberts, 1977)

Avec le modèle précédent, il y a **toujours un vainqueur de Condorcet**.

Théorème (Roberts, 1977)

Avec le modèle précédent, il y a **toujours un vainqueur de Condorcet**.

La démonstration du théorème permet même de **déterminer** ce vainqueur (algorithme).

Problèmes

1. Modèle unidimensionnel : **trop simpliste.**

Problèmes

1. Modèle unidimensionnel : **trop simpliste.**
2. Modèle bi-dimensionnel : il n'y a **pas toujours de vainqueur de Condorcet.**

Problèmes

1. Modèle unidimensionnel : **trop simpliste.**
2. Modèle bi-dimensionnel : il n'y a **pas toujours de vainqueur de Condorcet.**

Comment désigner le candidat élu lorsqu'il n'y a pas de vainqueur de Condorcet ?

À suivre