

Démocratie et mathématique (partie 4)

D'après des articles de R. Peyre

- ▶ Vainqueur de Condorcet.

- ▶ Vainqueur de Condorcet.
- ▶ Critère de Condorcet.

Résumé des parties précédentes

- ▶ Vainqueur de Condorcet.
- ▶ Critère de Condorcet.
- ▶ Difficultés de modélisation.

- ▶ Vainqueur de Condorcet.
- ▶ Critère de Condorcet.
- ▶ Difficultés de modélisation.

Comment désigner le candidat élu lorsqu'il n'y a pas de vainqueur de Condorcet ?

- ▶ Vainqueur de Condorcet.
- ▶ Critère de Condorcet.
- ▶ Difficultés de modélisation.

Comment désigner le candidat élu lorsqu'il n'y a pas de vainqueur de Condorcet ?

Heuristique

En l'absence de vainqueur de C., il faudrait **abaissé le seuil de 50% des voix** pour désigner le candidat élu.

1ère approche : méthode mini-max

Protocole : on regarde qui est le **meilleur** (« max ») dans la situation où il est le **moins bon** (« mini »).

Protocole : on regarde qui est le **meilleur** (« max ») dans la situation où il est le **moins bon** (« mini »).

1. Nous regardons **le pire des scores en face à face** de chaque candidat.

1ère approche : méthode mini-max

Protocole : on regarde qui est le **meilleur** (« max ») dans la situation où il est le **moins bon** (« mini »).

1. Nous regardons **le pire des scores en face à face** de chaque candidat.
2. Le candidat élu est celui dont **le pire** des scores est **le meilleur**.

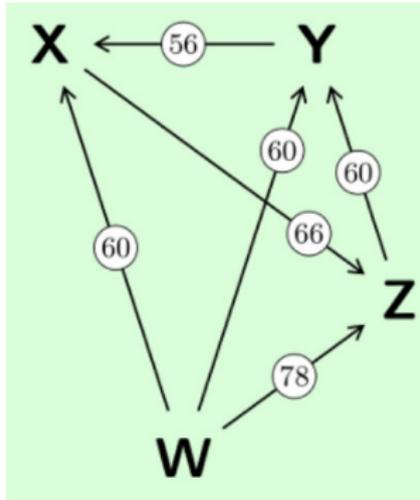
1ère approche : méthode mini-max

Protocole : on regarde qui est le **meilleur** (« max ») dans la situation où il est le **moins bon** (« mini »).

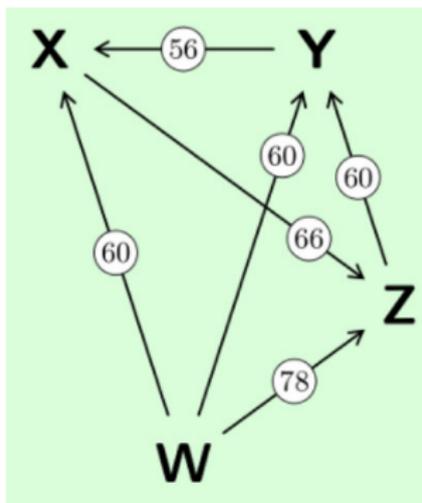
1. Nous regardons **le pire des scores en face à face** de chaque candidat.
2. Le candidat élu est celui dont **le pire** des scores est **le meilleur**.

Test ?

Situation de paradoxe 1

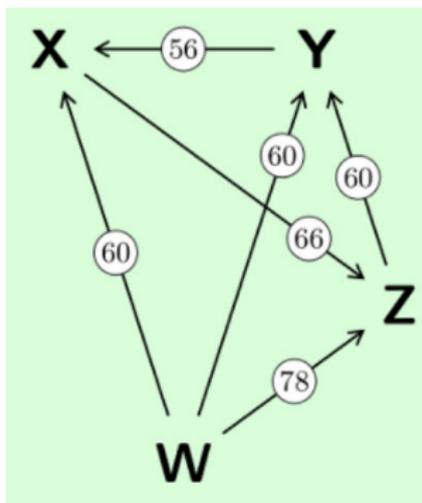


Situation de paradoxe 1



Pas de vainqueur de Condorcet

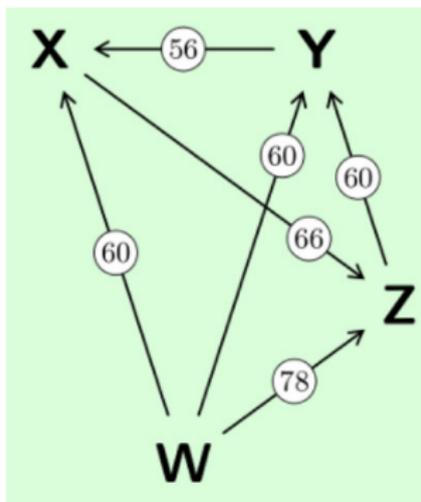
Situation de paradoxe 1



Pas de vainqueur de Condorcet

- ▶ X est battu par Z à 66%,

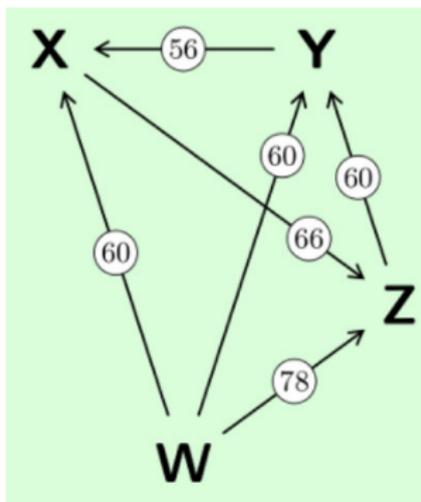
Situation de paradoxe 1



Pas de vainqueur de Condorcet

- ▶ X est battu par Z à 66%,
- ▶ Y est battu par X à 56%,

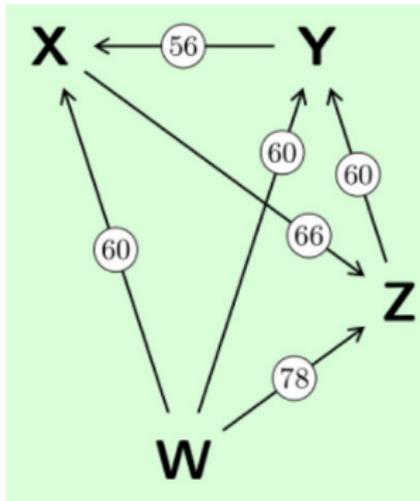
Situation de paradoxe 1



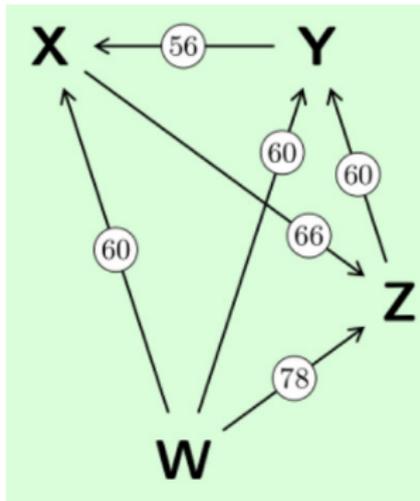
Pas de vainqueur de Condorcet

- ▶ X est battu par Z à 66%,
- ▶ Y est battu par X à 56%,
- ▶ Z est battu par Y à 60%,
- ▶ W est battu par Z à 78%.

Mise en oeuvre de la méthode mini-max

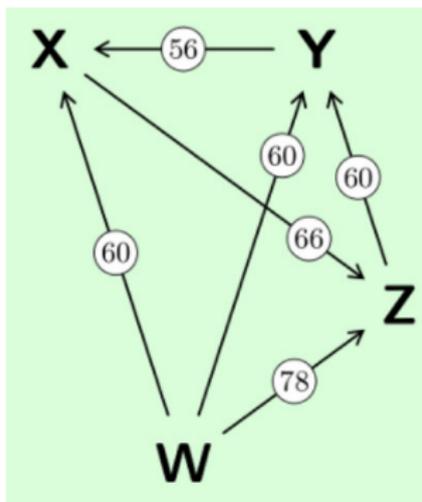


Mise en oeuvre de la méthode mini-max



Pires défaites

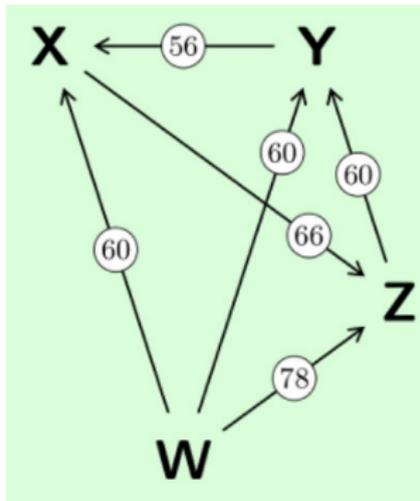
Mise en oeuvre de la méthode mini-max



Pires défaites

- ▶ X perd contre Z à 66%,

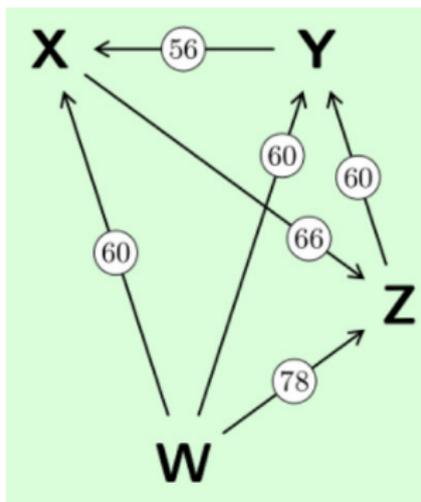
Mise en oeuvre de la méthode mini-max



Pires défaites

- ▶ X perd contre Z à 66%,
- ▶ Y perd contre X à 56%,

Mise en oeuvre de la méthode mini-max



Pires défaites

- ▶ X perd contre Z à 66%,
- ▶ Y perd contre X à 56%,
- ▶ Z perd contre Y à 60%,
- ▶ W perd contre Z à 78%.

Meilleure des pires défaites

- ▶ X perd contre Z à 66%,
- ▶ Y **perd contre** X à 56%,
- ▶ Z perd contre Y à 60%,
- ▶ W perd contre Z à 78%.

Meilleure des pires défaites

- ▶ *X perd contre Z à 66%,*
- ▶ **Y perd contre X à 56%,**
- ▶ *Z perd contre Y à 60%,*
- ▶ *W perd contre Z à 78%.*

Méthode mini-max

Le vainqueur est Y.

Meilleure des pires défaites

- ▶ X perd contre Z à 66%,
- ▶ Y **perd contre X** à 56%,
- ▶ Z perd contre Y à 60%,
- ▶ W perd contre Z à 78%.

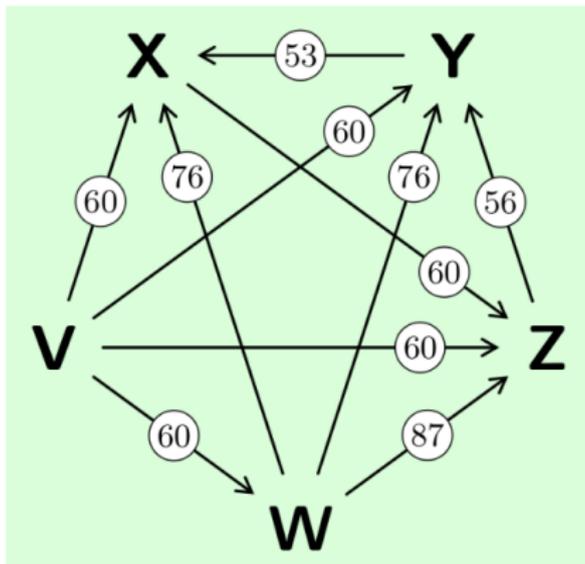
Méthode mini-max

Le vainqueur est Y .

Manipulations possibles ? (stratégie de vote)

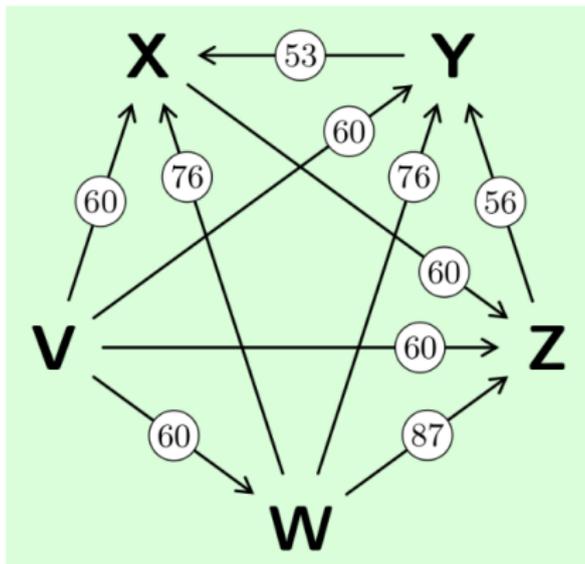
Anarchistes 1

Nouveau groupe V, composé d'anarchistes.



Anarchistes 1

Nouveau groupe V, composé d'anarchistes.

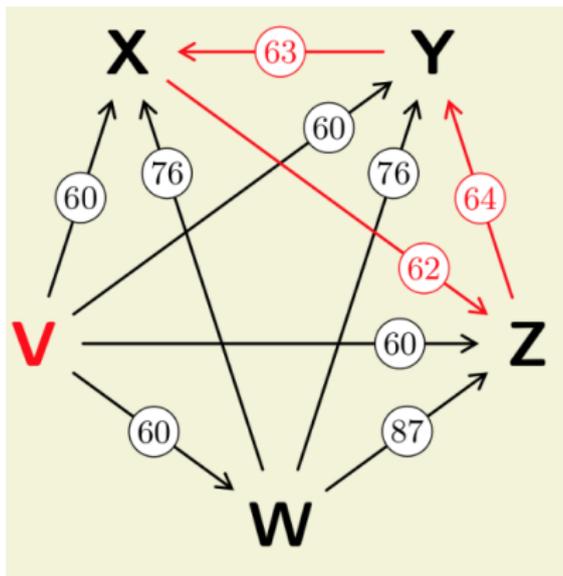


Les anarchistes **perdent tous leurs faces à faces** (personne ne veut les élire).

Stratégie : **séparer** le groupe V en 3 sous-groupes afin de **modifier leurs votes** et **amplifier les pires défaites** des autres candidats.

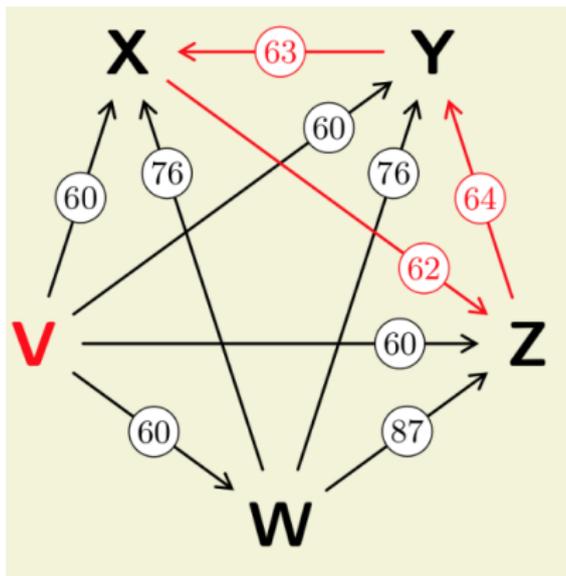
Anarchistes 2

Stratégie : **séparer** le groupe *V* en 3 sous-groupes afin de **modifier leurs votes** et **amplifier les pires défaites** des autres candidats.



Anarchistes 2

Stratégie : **séparer** le groupe *V* en 3 sous-groupes afin de **modifier leurs votes** et **amplifier les pires défaites** des autres candidats.



Méthode mini-max

Les anarchistes deviennent **les vainqueurs** !

A priori, les autres candidats pourraient **s'allier** et tout de même **faire gagner le candidat Y** (comme prévu).

A priori, les autres candidats pourraient **s'allier** et tout de même **faire gagner le candidat Y** (comme prévu).

Problème : le critère de Condorcet est là pour **éviter** ce genre de **considérations stratégiques**.

A priori, les autres candidats pourraient **s'allier** et tout de même **faire gagner le candidat** Y (comme prévu).

Problème : le critère de Condorcet est là pour **éviter** ce genre de **considérations stratégiques**.

La méthode mini-max ne semble **pas pertinente** en l'absence de vainqueur de C.

A priori, les autres candidats pourraient **s'allier** et tout de même **faire gagner le candidat** Y (comme prévu).

Problème : le critère de Condorcet est là pour **éviter** ce genre de **considérations stratégiques**.

La méthode mini-max ne semble **pas pertinente** en l'absence de vainqueur de C.

Que faire ?

À suivre