

Enseignement scientifique - Exercices chapitre 1

Suites arithmétiques

Exercice 1. Un arbre croît de 5 cm chaque mois. Le 1er janvier 2019, il mesure 690 cm. On note h_n la hauteur (en centimètres) de l'arbre, n mois après le 1er janvier 2019. Ainsi $h_0 = 690$.

1. Donner les valeurs h_1 et h_2 des hauteurs de l'arbre au bout d'un et deux mois.
2. Exprimer h_{n+1} en fonction de h_n . En déduire qu'il s'agit d'une suite arithmétique ; préciser la raison r .
3. Quel terme de la suite correspond à la hauteur de l'arbre le 1er mai 2019 ? Donner sa valeur.

Exercice 2. William participe à une course organisée par une association récoltant des fonds pour la recherche médicale. Il a lui même versé 20 euros auxquels s'ajouteront 5 euros pour chaque kilomètre qu'il aura parcouru lors de la course. On note s_0 la somme initiale versée par William et, pour tout entier $n \geq 1$, s_n la somme versée si William réussit à parcourir n kilomètres.

1. Donner les valeurs de s_0 , s_1 et s_2 . En déduire les valeurs de $s_1 - s_0$ et $s_2 - s_1$.
2. Exprimer s_{n+1} en fonction de s_n . En déduire qu'il s'agit d'une suite arithmétique ; préciser la raison r .
3. Combien William aura-t-il récolté s'il parcourt 6 km ?

Exercice 3. Voici les premiers termes d'une suite $(w_n)_{n \geq 0}$:

$$w_0 = 5 \quad ; \quad w_1 = 2 \quad ; \quad w_2 = -2 \quad ; \quad w_3 = -5.$$

S'agit-il d'une suite arithmétique ? Justifier votre réponse.

Exercice 4. Reprendre dans le cours l'exemple de Théo. Nous rappelons que, pour tout entier n , u_n désigne la somme disponible dans la boîte en $2000 + n$.

1. Pour tout entier n , donner une expression de u_n directement en fonction de n (pas de formule de récurrence).
2. En déduire la valeur de u_{33} .

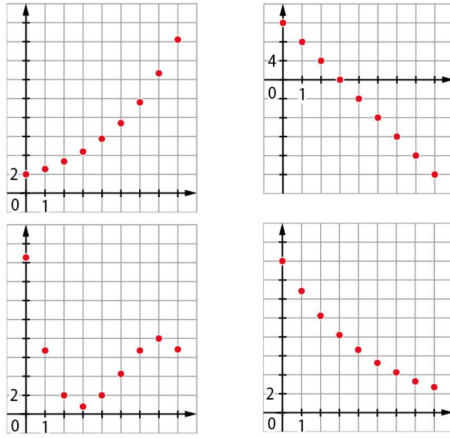
Exercice 5. Dans cet exercice, la pression atmosphérique est exprimée en hectopascal (hPa). On rappelle que la pression atmosphérique au niveau de la mère est de 1 013,25 hPa. Pour évaluer la pression atmosphérique, les alpinistes utilisent la règle simplifiée suivante : « la pression atmosphérique diminue de 0,11 hPa quand l'altitude augmente de 1 m ».

1. De combien d'hectopascals diminue la pression atmosphérique quand l'altitude augmente de 100 mètres ?
2. Pour tout entier n , on note p_n la pression atmosphérique (en hPa) à l'altitude de n mètres ; les calculs effectués utilisent la règle simplifiée décrite dans l'énoncé. Ainsi, $p_0 = 1\,013,25$.
 - (a) Pour tout entier n , donner une relation entre p_{n+1} et p_n . En déduire que p_n est une suite arithmétique dont on précisera sa raison.

- (b) Pour tout entier, n , donner expression de p_n en fonction de n .
- (c) A l'aide de la calculatrice, déterminer l'altitude à partir de laquelle la pression atmosphérique est inférieure à 960 hPa.

Exercice 6. 1. Reprendre la suite associée à l'exemple de Théo et représenter les 5 premiers termes dans un graphique. La suite est-elle croissante ou décroissante? Justifier votre réponse.

2. Parmi les graphiques suivants, déterminer celui qui est associé à une suite arithmétique. Quel semble être le sens de variations? Pourquoi?



Régression linéaire

Exercice 7. 1. Reprendre les données concernant la population française de 1946 à 2013 et vérifier les calculs de l'enseignant. C'est-à-dire : déterminer à l'aide de la calculatrice la valeur de a et b , puis estimer la population française en 2020 à l'aide de la droite de régression.

2. Le recensement effectué au cours de l'année 2020 montre que la population en France métropolitaine est de 64,9 millions d'habitants. Au-delà d'un écart supérieur à un million, un modèle n'est pas valide. Afin d'affiner les prévisions, il est envisagé de modifier le modèle précédent. Les relevés annuels de la population en France Métropolitaine de 2013 à 2020 sont donnés ci-dessous :

Année	2013	2014	2015	2016	2017	2018	2019	2020
Rang x_i	0	1	2	3	4	5	6	7
Population en millions y_i	63,7	64	64,3	64,5	64,6	64,7	64,8	64,9

source : *ined.fr*

- (a) Déterminer la droite de régression associée à ce nouveau tableau de valeurs.

- (b) Déterminer à partir de quelle année la population en France métropolitaine dépassera-t-elle les 65,5 millions d'habitants ?

Suites géométriques

Exercice 8. En janvier 2019, une entreprise renouvelle son parc de tablettes tactiles. La tablette choisie affiche une autonomie de 8 heures. Une étude montre que l'autonomie de la batterie baisse de 15% chaque année d'utilisation. Soit $n \in \mathbb{N}$, on modélise le nombre d'heures d'autonomie de cette tablette pour l'année 2019 + n par une suite $(a_n)_{n \geq 0}$.

1. Que vaut a_0 ?
2. Déterminer l'autonomie de la batterie en 2020 puis en 2021.
3. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n .
4. Déterminer l'autonomie de la batterie en 2023.
5. Déterminer à l'aide d'une calculatrice l'autonomie de la batterie en 2030.

Exercice 9. L'iode 131 est un produit radioactif utilisé en médecine. Il peut cependant être dangereux lorsqu'on le reçoit en grande quantité.

On considère un échantillon d'une population d'iode 131 comportant 10^6 noyaux au début de l'observation. On considère que le nombre de noyaux diminue chaque jour de 8,3%. On note u_n le nombre de noyaux de cet échantillon au bout de n jours. On a donc $u_0 = 10^6$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite $(u_n)_{n \geq 0}$.
3. Déterminer le nombre de noyaux d'iode 131 présents dans l'échantillon au bout de 5 jours.

Exercice 10. Les colonies de chauves-souris ne sont constituées que de femelles et des petits nouveaux nés. Les mâles vivent ailleurs. En l'absence d'éoliennes, le nombre de femelles chauves-souris de la colonie considérée augmente chaque année de 27%. On note U_0 le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie en mai 2020 et U_n le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie n années plus tard, c'est-à-dire en mai de l'année 2020 + n . En supposant que le nombre de femelles de la colonie considérée était égal à 200 individus en mai 2020, répondre aux questions suivantes :

1. Calculer U_1 et U_2 .
2. Pour tout entier n , exprimer U_{n+1} en fonction de U_n . En déduire la nature de la suite et préciser sa raison.
3. Pour tout entier n , donner une expression en fonction de n de U_n .
4. D'après ce modèle, combien est-il censé y avoir de chauves-souris en 2060 ? Que pensez-vous de ce résultat ?
5. En présence d'éoliennes, le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie diminue chaque année de 19%. On note V_0 le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie en mai 2020 et V_n le nombre de femelles chauves-souris de cette colonie n années plus tard, c'est-à-dire en mai de l'année 2020 + n .

- (a) Quelle est la nature de la suite ? Justifier votre réponse.
- (b) Montrer que, pour tout entier n , $V_n = 200 \times 0,81^n$.
- (c) Montrer que, en présence d'éoliennes, le nombre de femelles de la colonie est divisé par 8 en environ 10 ans.
- (d) Indiquer l'intérêt de faire des études préalables avant l'installation de parcs éoliens.