

Fiche de révisions – Dérivation

Terminale générale – Mathématiques

Objectifs : savoir dériver des fonctions construites à partir de fonctions usuelles, puis utiliser la dérivée pour étudier les variations d'une fonction, déterminer une tangente et étudier la position relative d'une courbe et de sa tangente.

1. Dériver une somme

Rappel méthode : Pour deux fonctions dérivables u et v :

$$(u + v)' = u' + v'.$$

On dérive donc chaque terme séparément.

Exemple :

$$f(x) = 3x^4 - 2x + \sqrt{x} + 5e^x \implies f'(x) = 12x^3 - 2 + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 5e^x$$

pour $x > 0$.

1. Pour $x > 0$, déterminer la dérivée de

$$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 2\sqrt{x} - 7.$$

2. Pour $x > 0$, déterminer la dérivée de

$$g(x) = x^4 - 3x + \frac{2}{x} + e^x.$$

3. Pour $x > 0$, déterminer la dérivée de

$$h(x) = 2x^5 - 4x^2 + 3\sqrt{x} + \frac{5}{x} - 2e^{-x}.$$

Préciser l'ensemble sur lequel h est dérivable.

2. Dériver un produit

Rappel méthode : Pour deux fonctions dérivables u et v :

$$(uv)' = u'v + uv'.$$

Il faut dériver les deux facteurs.

Exemple :

$$f(x) = x^2 e^x \implies f'(x) = 2x e^x + x^2 e^x = e^x (x^2 + 2x).$$

1. Déterminer la dérivée de

$$f(x) = (x^2 + 1)e^x.$$

2. Pour $x > 0$, déterminer la dérivée de

$$g(x) = (2x - 1)\sqrt{x}.$$

3. Dériver un quotient

Rappel méthode : Pour deux fonctions dérivables u et v , avec $v(x) \neq 0$:

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

Attention au signe « moins ».

Exemple :

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x} \quad \Rightarrow \quad f'(x) = \frac{2x \cdot x - (x^2 + 1)}{x^2} = \frac{x^2 - 1}{x^2}.$$

1. Déterminer la dérivée de

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{x + 1}.$$

2. Pour $x > 0$, déterminer la dérivée de

$$g(x) = \frac{\sqrt{x}}{x}.$$

On pourra simplifier l'expression avant de dériver.

3. Déterminer la dérivée de

$$h(x) = \frac{x^2 + 1}{e^x}.$$

Factoriser au maximum le résultat obtenu.

4. Bilan – dérivée et étude des variations

Rappel méthode : Pour étudier les variations de f :

1. déterminer $f'(x)$;
2. étudier le signe de $f'(x)$;
3. en déduire les variations de f ;
4. calculer les valeurs utiles pour compléter le tableau.

1. On considère

$$h(x) = (x^2 - 3x + 2)e^{-x}.$$

- a) Calculer $f'(x)$.
- b) Étudier le signe de $f'(x)$.
- c) Dresser le tableau de variations de f .
- d) Déterminer les éventuels extremums locaux.