

CUPGE – Atelier Problèmes – Janvier 2018.

COURBES PARAMÉTRÉES.

Exercice 1. Étudier et tracer les courbes \mathcal{C} paramétrées par

$$(1) \quad x(t) = t - \frac{3}{2} \sin(t), \quad y(t) = 1 - \frac{3}{2} \cos(t).$$

$$(2) \quad x(t) = \sin(2t), \quad y(t) = \sin(3t). \quad (\text{courbe de Lissajous}).$$

$$(3) \quad x(t) = \frac{t}{1+t^4}, \quad y(t) = \frac{t^3}{1+t^4}.$$

$$(4) \quad z(t) = \frac{1}{3}(2e^{it} + e^{-2it}).$$

$$(5) \quad x(t) = \cos^3(t), \quad y(t) = \sin^3(t). \quad (\text{astroïde}).$$

Exercice 2. Étudier et tracer la courbe \mathcal{C} paramétrée par

$$x(t) = t^2 + \frac{2}{t}, \quad y(t) = t^2 + \frac{1}{t^2}.$$

En particulier préciser la nature des (du) points stationnaires et l'allure de \mathcal{C} au voisinage de ce point ainsi que les directions asymptotiques.

Exercice 3. Étudier et tracer la courbe \mathcal{C} paramétrée par

$$x(t) = \cos^2(t) + \ln|\sin(t)|, \quad y(t) = \sin(t) \cos(t).$$

En particulier préciser la nature des (du) points stationnaires et l'allure de \mathcal{C} au voisinage de ce point ainsi que les directions asymptotiques.

Exercice 4. Étudier et tracer la courbe \mathcal{C} paramétrée par

$$x(t) = \sin(t), \quad y(t) = \frac{\cos^2(t)}{2 - \cos(t)}.$$

En particulier préciser la nature des (du) points stationnaires et l'allure de \mathcal{C} au voisinage de ce point ainsi que les directions asymptotiques.

Exercice 5. Étudier et tracer la courbe \mathcal{C} (**folium de Descartes**) paramétrée par

$$x(t) = \frac{t}{1+t^3}, \quad y(t) = \frac{t^2}{1+t^3}.$$

En particulier préciser la nature des points stationnaires et l'allure de \mathcal{C} au voisinage de ce point ainsi que les directions asymptotiques.