Xavier Fernique

1934 - 2020

• M. Ledoux

Xavier Fernique 1975

(Archives Math. Forschungsinst. Oberwolfach)

Xavier Fernique est décédé au mois de mars 2020. Il a été l'un des grands experts mondiaux des mesures et fonctions aléatoires gaussiennes, auxquelles il a consacré presque toutes ses recherches, démontrant des résultats fondamentaux et émettant des conjectures audacieuses et fertiles.

Après une thèse à Strasbourg (où il a effectué toute sa carrière) sous la direction d'Aimé Fuchs, élève de Robert Fortet, Xavier Fernique s'est très tôt intéressé aux propriétés de régularité de processus gaussiens, un peu à l'écart des grands courants probabilistes de l'époque.

En 1970, dans une célèbre Note aux Comptes Rendus de deux pages [2] présentée par Paul Lévy (pendant longtemps la Note aux Comptes Rendus la plus citée au monde – les citations de MathSciNet sont plus approximatives pour les articles d'avant 1997), il démontre l'intégrabilité forte des normes de vecteurs aléatoires gaussiens, ou suprema de processus gaussiens. L'argument, aussi simple qu'élégant, aura des répercussions multiples, jusqu'à ce qui a pris le nom d'inégalités de concentration [6].

Le cours de 1974 [4] de l'École de Probabilités de Saint-Flour (dont il a été un soutien des premières éditions) sur la « Régularité des trajectoires des fonctions aléatoires gaussiennes » est un monument dont l'impact a été considérable. Les travaux pionniers de Vladimir Sudakov et Richard Dudley sur l'entropie métrique de Kolmogorov initiaient l'étude des processus gaussiens $(X_t)_{t\in T}$ à travers les propriétés métriques de l'espace des paramètres T muni de la (pseudo-) distance $\|X_s - X_t\|_2$, $s, t \in T$, des écarts en norme L^2. Xavier Fernique démontre, dans ce cours, que la condition suffisante d'entropie de Dudley est aussi nécessaire pour la bornitude et la continuité presque sûre des trajectoires d'un processus gaussien stationnaire. Ce résultat permettra des progrès définitifs sur les séries de Fourier aléatoires, initiées par Jean-Pierre Kahane, avec les travaux de Michael Marcus et Gilles Pisier [5]. Ce cours développe aussi la notion de « mesure majorante » (sur l'espace métrique des paramètres), dont Xavier Fernique conjectura très tôt la pertinence pour caractériser la continuité presque sûre d'un processus gaussien quelconque. Cette dernière étape sera franchie en 1987 par Michel Talagrand [7]. Le théorème de Fernique-Talagrand est l'un des grands succès de la deuxième moitié du xx^{e} siècle dans l'analyse des processus gaussiens (et l'entretien à la *Gazette* [9] en décrit bien sa genèse). Un autre résultat de Xavier Fernique, de la fin des années 80, sur les séries de Fourier aléatoires à coefficients vectoriels [3] a conduit à la conjecture fameuse sur les processus de Bernoulli, longtemps promue par Michel Talagrand et résolue seulement récemment [1]. Le livre de Michel Talagrand [8] (une nouvelle édition est à paraître) sur le « generic chaining », forme épurée des mesures majorantes (sans mesure !), est une somme, aux multiples facettes et ramifications, qui rend pleinement hommage à ces travaux novateurs et féconds.

Les enseignements et écrits de Xavier Fernique entraient dans la tradition classique française, structurés, rigoureux, clairs et concis. Ses cours de mesure et intégration et de probabilités donneront le goût de ces matières à ses jeunes élèves. Ses exposés scientifiques étaient vivants et puissants, le ton de sa voix augmentant souvent au fil des minutes. L'anglais n'était pas son fort, et fréquemment les collègues étrangers lui demandaient une présentation en français, qu'ils jugeaient plus compréhensible. Sa grande et robuste stature faisait autorité. Un jour, comme s'en souvient avec amusement Stanislaw Kwapień, il resta coincé dans la petite Fiat 126 Polski de ce dernier, que le commerce occidental avait infiltré dans le bloc de l'Est.

L'héritage scientifique de Xavier Fernique est multiple, depuis la profonde compréhension métrique de l'aléa des processus gaussiens jusqu'aux méthodes d'intégrabilité et de concentration des mesures gaussiennes, aujourd'hui biens communs aux origines quelque peu oubliées.

De sa vie personnelle, il laisse aussi orpheline une très grande famille, huit enfants, de nombreux petits-enfants et arrière-petits-enfants.

Références

[1] W. Bednorz et R. Latała. « On the boundedness of Bernoulli processes ». *Ann. of Math. (2)* **180**, nº 3 (2014), p. 1167-1203.

[2] X. Fernique. « Intégrabilité des vecteurs gaussiens ». *C. R. Acad. Sci. Paris Sér. A-B* **270** (1970), A1698-A1699.

[3] X. Fernique. « Régularité de fonctions aléatoires gaussiennes stationnaires à valeurs vectorielles ». In : *Probability theory on vector spaces, IV (Łańcut, 1987)*. Vol. 1391. Lecture Notes in Math. Springer, Berlin, 1989, p. 66-73.

[4] X. Fernique. « Regularité des trajectoires des fonctions aléatoires gaussiennes ». In : *École d'Été de Probabilités de Saint-Flour, IV-1974*. 1975, 1-96. Lecture Notes in Math., Vol. 480.

[5] M. B. Marcus et G. Pisier. *Random Fourier series with applications to harmonic analysis*. **101**. Annals of Mathematics Studies. Princeton University Press, Princeton, N.J.; University of Tokyo Press, Tokyo, 1981, p. v+151.

[6] G. Pisier. « Probabilistic methods in the geometry of Banach spaces ». In : *Probability and analysis (Varenna, 1985)*. Vol. 1206. Lecture Notes in Math. Springer, Berlin, 1986, p. 167-241.

[7] M. Talagrand. « Regularity of Gaussian processes ». *Acta Math.* **159**, nº 1-2 (1987), p. 99-149.

[8] M. Talagrand. *Upper and lower bounds for stochastic processes*. **60**. Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete. 3. Folge. A Series of Modern Surveys in Mathematics [Results in Mathematics and Related Areas. 3rd Series. A Series of Modern Surveys in Mathematics]. Modern methods and classical problems. Springer, Heidelberg, 2014, p. xvi+626.

[9] « Un interview de Michel Talagrand. Propos recueillis par Gilles Godefroy ». *La Gazette des Mathématiciens* **160** (2019).