

# Colle de maths-Sujet 11

7 avril 2015

**Exercice 1 :** Soit  $a > 0$ . On considère les coefficients réels  $p_{i,j} = \lambda \frac{a^{i+j}}{i!j!}$  avec  $(i, j) \in \mathbb{N}^2$ .

- 1) Donner la valeur de  $\lambda$  pour laquelle ces coefficients forment la loi d'un couple discret.
- 2) Soit  $(X, Y)$  un couple de variables aléatoires à valeurs dans  $\mathbb{N}$ , admettant  $(p_{i,j})_{(i,j) \in \mathbb{N}^2}$  pour loi conjointe.
  - a) Déterminer les lois marginales de  $X$  et de  $Y$ .
  - b) Les variables aléatoires  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes?
- 4) Déterminer cette loi (le démontrer).

**Exercice 2 :** Soient  $u$  et  $v$  deux endomorphismes d'un  $K$  espace vectoriel de  $E$ . On suppose que  $u$  et  $v$  commutent ( $u \circ v = v \circ u$ ). Montrer que  $Im(u)$  et  $Ker(u)$  sont stables par  $v$  (on dit que  $F$  est stable par  $v$  si  $\forall x \in F, v(x) \in F$ ). Que dire de la réciproque?