

Colle de maths-Sujet 12

7 avril 2015

Exercice 1 : Pierre et Paul jouent au jeu suivant : ils possèdent une machine qui, à chaque sollicitation, leur donne aléatoirement un entier naturel n . Si cet entier n est impair, Paul donne n euros à Pierre et on considère que Pierre a gagné. Si cet entier n est pair, Pierre donne n euros à Paul, on considère que Pierre a perdu. Si n est nul, rien ne se passe, on considère que la manche est nulle. On note X la variable aléatoire correspondant au nombre obtenu à chaque sollicitation et on suppose que X suit une loi de Poisson de paramètre a ($a > 0$).

On note enfin : A : "Pierre gagne", B : "Pierre perd", C : "la manche est nulle" et $p = P(A)$, $q = P(B)$ et $r = P(C)$.

- 1) Déterminer r , $p + q$ et $p - q$.
- 2) En déduire p et q .
- 3) Calculer l'espérance du gain de Pierre.

Exercice 2 : Soit $E = \mathbb{C}^{\mathbb{N}}$ et $f : E \rightarrow E$ l'application qui transforme la suite u en la suite v définie par $v_0 = u_0$ et

$$\forall n \in \mathbb{N}^*, v_n = \frac{u_n + u_{n-1}}{2}.$$

Déterminer les valeurs propres et les sous-espaces propres de f .