

# Colle de maths-Sujet 2

31 mars 2015

**Exercice 1 :** On considère  $U$  et  $V$  deux variables aléatoires indépendantes suivant toutes les deux la loi de densité  $f$  ainsi définie :

$$f: x \mapsto \begin{cases} 0 & \text{si } x \leq -1 \\ |x| & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

- 1) Déterminer la loi de  $U^2$  et celle de  $V^2$ .
- 2) Déterminer la loi de  $U^2 + V^2$ .

**Exercice 2 :** Soit  $(u_n)$  une suite définie par  $u_0 = a \in [-2, 2]$  et

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{2 - u_n}.$$

- 1) Justifier que la suite est bien définie et que pour tout  $n$ ,  $u_n \in [-2, 2]$ .
- 2) Quelles sont les limites possibles pour  $(u_n)$  ?
- 3) Montrer que  $(|u_n - 1|)_n$  converge, puis que sa limite est 0. En déduire la limite de  $(u_n)$ .

**Rappel :**

Le produit de convolution est

$$f \star g(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x-t)g(t)dt.$$