

Colle de maths-Sujet 3

31 mars 2015

Exercice 1 : Soit X une variable aléatoire suivant la loi normale centrée réduite ($\mathcal{N}(0, 1)$). Soit ϵ une variable aléatoire discrète indépendante de X et vérifiant $\mathbb{P}(\epsilon = 1) = \mathbb{P}(\epsilon = -1) = \frac{1}{2}$.

- 1) Déterminer la loi de $Y = \epsilon X$.
- 2) On pose $Z = Y - 2X$. Quelles sont les espérance et variance de cette loi ?
- 3) Quelle est la loi de $T = X + Y$? Cette variable aléatoire est-elle à densité ?

Exercice 2 : Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes :

- 1) $(x^2 + 1)y' + 2xy + 1 = 0$.
- 2) $y'' + y' - 2y = \exp(x)$.

Rappel :

Le produit de convolution est

$$f \star g(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x-t)g(t)dt.$$