

# Colle de maths-Sujet 4

31 mars 2015

**Exercice 1 :** Soient  $X$  et  $Y$  deux variables aléatoires indépendantes suivant la loi normale centrée réduite.

- 1) Déterminer la loi de  $X^2$ .
- 2) Montrer que  $Z = X^2 + Y^2$  suit une loi exponentielle de paramètre  $\frac{1}{2}$ . On pourra utiliser que pour  $z \in \mathbb{R}^+$ ,  $t \mapsto \arcsin(2\frac{t}{z} - 1)$  est une primitive de  $t \mapsto \frac{1}{\sqrt{t(z-t)}}$ .

**Exercice 2 :** Résoudre sur  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

- 1)  $y' + y = x - \exp(x) + \cos(x)$ .
- 2)  $y'' + 2y' + y = \exp(x)$ .

**Rappel :**

Le produit de convolution est

$$f \star g(x) = \int_{\mathbb{R}} f(x-t)g(t)dt.$$