

Oral blanc MP-Sujet type CCP 1

15 juin 2015

1 Exercice 1

Soit $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ et $n \in \mathbb{N}^*$. Soit $P = aX^{n+1} + bX^n + 1$.

- 1) Déterminer a et b pour que 1 soit racine d'ordre au moins 2 de P .
- 2) Dans ce cas, vérifier que le quotient de la division euclidienne de P par

$$(X - 1)^2 \text{ est } \sum_{k=0}^{n-1} (k+1)X^k.$$

2 Exercice 2

On pose $I_n = \int_0^1 \frac{1}{1+t^n} dt \forall n \in \mathbb{N}^*$.

- 1) Trouver la limite l de (I_n) .
- 2) Donner un équivalent lorsque n tend vers l'infini de $I_n - l$.
- 3) Justifier que

$$\int_0^1 \frac{\ln(1+y)}{y} dy = \sum_{k=0}^{+\infty} \frac{(-1)^k}{(k+1)^2}.$$

- 4) Donner un développement asymptotique de I_n à trois termes.