

# Oral blanc MP-Sujet type CCP 2

15 juin 2015

## 1 Exercice 1

Soit  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ .

- 1) Donner, en utilisant des quantificateurs, la définition de la continuité en  $(0, 0)$  de  $f$ .
- 2) Donner la définition de la différentiabilité en  $(0, 0)$ .

On considère maintenant la fonction  $f$  telle que

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- 3) Montrer que  $f$  est continue sur  $\mathbb{R}^2$ .
- 4) Montrer que  $f$  est  $\mathcal{C}^1$  sur  $\mathbb{R}^2$ .

## 2 Exercice 2

On définit  $\phi$  allant de  $\mathbb{R}[X] \times \mathbb{R}[X]$  dans  $\mathbb{R}$  défini par  $\phi(P, Q) = \int_0^{+\infty} P(t)Q(t) \exp(-t) dt$ .

- 1) Montrer que  $\phi$  est un produit scalaire.
- 2) Calculer  $\phi(X^p, X^q)$ .
- 3) Déterminer

$$\inf_{(a,b) \in \mathbb{R}^2} \int_0^{+\infty} \exp(-t)(t^2 - (at + b))^2 dt.$$