

Oral blanc MP-Sujet type Centrale 3

15 juin 2015

Soit E un espace vectoriel sur \mathbb{C} de dimension finie non nulle, u et v deux endomorphismes de E et a et b deux complexes. On suppose que

$$u \circ v - v \circ u = au + bv.$$

- a) On étudie le cas $a = b = 0$. Montrer que u et v ont un vecteur propre en commun.
- b) On étudie le cas $a \neq 0$ et $b = 0$. Montrer que u n'est pas inversible. Calculer $u^n \circ v - v \circ u^n$. Montrer que u est nilpotent. Conclure que u et v ont un vecteur propre en commun.
- c) On étudie le cas où a et b sont différents de 0. Montrer que u et v ont un vecteur propre en commun.