

0.1 Correction (séance du 17/03)

Exercice. Les valeurs de l'exercice sont exprimées en milliers. Par exemple, 123 nouveaux demandeurs d'emploi signifie qu'il y a 123 **milliers** nouveaux demandeurs d'emploi.

Dans un quartier d'une petite ville, les services de Pôle emploi ont relevé le nombre de demandeurs d'emploi chaque trimestre. Après observations, ils constatent qu'en moyenne, chaque trimestre, 123 nouveaux demandeurs d'emploi s'inscrivent tandis que 37,5% des chômeurs trouvent un emploi et sont retirés des listes.

Au début du premier trimestre 2019 (1er janvier 2019), il y avait 490 (centaines) demandeurs d'emploi. On note d_n le nombre de demandeurs d'emploi au début du n -ième trimestre après le 1er janvier 2019. Dans tout l'exercice, les valeurs seront arrondies à l'unité.

1. Que vaut d_1 ?
2. Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au début du deuxième et du troisième trimestre 2019.
3. Justifier que l'on peut modéliser la situation précédente par la relation

$$d_{n+1} = 0,625d_n + 123 \quad \text{pour tout } n \in \mathbb{N}$$

4. Calculer le nombre de demandeurs d'emploi au début du deuxième trimestre de 2021.
5. Le directeur de l'agence pourra-t-il atteindre son objectif de diminuer le nombre de demandeurs d'emploi de 30% par rapport au premier trimestre 2019 ? Si oui, indiquer à quelle date son objectif sera atteint. Justifier la réponse.

Correction :

1. Pour calculer d_1 , il faut procéder en 2 temps :
 - (a) Calculer le nombre de demandeurs d'emploi après la diminution de 37,5% du trimestre précédent :

$$490 \times (1 - 0,375) = 306,25$$

- (b) Ajouter à cela les 123 demandeurs d'emploi du nouveau trimestre.

2. Pour calculer d_2 , il suffit de reprendre les calculs précédents à partir de $d_1 = 429,5$:

- (a) Calculer le nombre de demandeurs d'emploi après la diminution de 37,5% du trimestre précédent :

$$429,25 \times (1 - 0,375) = 268,2813.$$

- (b) Ajouter à cela les 123 demandeurs d'emploi du nouveau trimestre.

En conclusion, $d_2 = 268,2813 + 123 = 391,2813$. De la même manière, on trouve que $d_3 = d_2 \times (1 - 0,375) + 123 = 367,5508$.

3. Pour déterminer u_{n+1} , il faut

- (a) Calculer le nombre de demandeurs d'emploi après la diminution de 37,5% du trimestre précédent u_n :

$$u_n \times (1 - 0,375) = 0,625u_n.$$

(b) Ajouter à cela les 123 demandeurs d'emploi du nouveau trimestre.

En résumé, nous avons bien montré que $u_{n+1} = 0,625u_n + 123$.

4. Un moment de réflexion montre que nous devons déterminer u_8 . Pour cela, il convient de se référer au tutoriel disponible à l'adresse suivante https://www.youtube.com/watch?v=D50Ai2_h_bw. En procédant de la même manière, nous trouvons que

$$u_8 = 331,7719.$$

5. Pour cette question, il faut utiliser le tableau de valeurs obtenues dans la question précédente. Nous cherchons le trimestre à partir duquel l'agence aura 30% de moins de demandeurs d'emploi. Cela revient à trouver le premier indice n tel que

$$u_n < 490 \times (1 - 0.3) = 343$$

En cherchant cette valeur dans la colonne de droite, on constate que cela se produit entre les indices 5 et 6 (on passe de 343,4495 à 337,656). Ainsi, cela se produit entre le 2^{ème} trimestre de 2020 et le 3^{ème} trimestre de la même année..