0.1 Séance du 19/03, correction exercice 11 et exercice supplémentaire.

Exercice 1 (Exercices supplémentaires). Traiter les questions ci-dessous pour la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ et $(v_n)_{n\geq 0}$ définies par

$$u_n = -3 + 5(n+1) \quad \text{et} \quad v_n = -2 \times \frac{1}{4}^{n+1}$$

Commençons par $(u_n)_{n\geq 0}$.

1. $u_0 = -3 + 5(0+1) = 2$, $u_1 = 7$ et $u_2 = 12$.
2. La suite semble être arithmétique de raison $r = 5$.
3. $u_{n+1} = -3 + 5(n+1+1) = -3 + 5(n+2) = -3 + 5n + 10 = 7 + 5n$.
4. $u_{n+1} - u_n = 7 + 5n - \big[-3 + 5(n+1)\big] = 7 + 5n + 3 - 5(n+1) = 10 + 5n - 5n - 5 = 5$. Nous avons montré que
$$u_{n+1} - u_n = 5$$
ce qui justifie notre observation ; la suite est bien arithmétique de raison $r = 5$.

Traitons à présent $(v_n)_{n\geq 0}$.

1. $v_0 = -2 \times \frac{1}{4^1} = -0,5$, $u_1 = -2 \times \frac{1}{4^{1+1}} = \frac{-2}{16} = -0,125$ et $u_2 = -0,03125$.
2. La suite semble être géométrique de raison $q = -0,25$ (les valeurs obtenues sont divisées par 4 à chaque étape).
3. $v_{n+1} = -2 \times \frac{1}{4^{n+1+1}} = \frac{-2}{4^{n+2}}$ et $\frac{1}{4} \times (-2)\frac{1}{4^{n+1}} = -2 \times \frac{1}{4^1 \times 4^{n+1}} = \frac{-2}{4^{n+2}}$.
4. Nous avons montré que
$$v_{n+1} = \frac{1}{4} v_n$$
ce qui justifie notre observation ; la suite est bien géométrique de raison $q = 4$.

Exercice 2. En janvier 2019, une entreprise renouvelle son parc de tablettes tactiles. La tablette choisie affiche une autonomie de 8 heures. Une étude montre que l'autonomie de la batterie baisse de 15% chaque année d'utilisation. Soit $n \in \mathbb{N}$, on modélise le nombre d'heures d'autonomie de cette tablette pour l'année $2019 + n$ par une suite $(a_n)_{n\geq 0}$.

1. $a_0 = 8$ (heures).
2. Il suffit d'effectuer une diminution de 15% sur la valeur précédente. Cela revient à multiplier par le coefficient $(1 - 0,15 = 0,85$. Ainsi,
$$a_1 = 0,85 \times a_0 = 6,8 \quad \text{et} \quad a_2 = 0,85 \times a_1 = 5,78$$
ces valeurs correspondent (respectivement) à l'autonomie de la batterie en 2020 et 2021.
3. En utilisant le même raisonnement qu'à la question précédente, nous voyons que a_{n+1} s'obtient en multipliant a_n (l'autonomie de la batterie l'année précédente) par $0,85$. Ainsi,
$$a_{n+1} = 0,85 \times a_n$$
Il s'agit donc d'une suite géométrique de raison $q = 0,85$.

4. Pour cela, il suffit d'utiliser sa calculatrice (cf. tutoriel Yvan Monka) : on trouve $a_4 = 4,17605$ (pour l'autonomie en 2023) et $a_{11} = 1,338746$ (pour l'autonomie en 2030).