

Équations

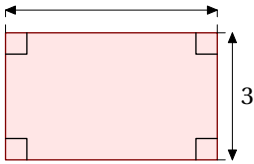
Objectif(s) :

- Je sais résoudre algébriquement différents types d'équations.
- Je sais résoudre des problèmes s'y ramenant.

Je me mets en route

Pour chacune des questions, entoure la bonne réponse.

Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1/ L'expression réduite de $8y-5+2y$ est...	$10y - 5$	$5y$	$8y - 5 + 2y$
2/ L'égalité $6x-1 = 4x$ est vraie pour...	$x = 1$	$x = 0,25$	$x = 0,5$
3/ L'aire du rectangle ci-dessous est de 27 cm^2 . Sa longueur mesure... ?	9 cm	10,5 cm	4,5 cm
4/ Paul a trois ans de moins qu'Agnès. À eux deux, ils ont 105 ans. L'âge d'Agnès est...	51 ans	47 ans	54 ans



Auto-correction.
1 - A / 2 - C / 3 - A / 4 - C

Je réactive mes connaissances

Définition

Une **équation** est une égalité dans laquelle intervient un nombre de valeur inconnue. Ce nombre est souvent désigné par une lettre.

Exemple 1 On considère l'équation $4x - 2 = 3x + 7$

x est l'inconnue ; $4x - 2$ est le membre de gauche ; $3x + 7$ est le membre de droite.

Résoudre une équation

Résoudre une équation, c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu pour que l'égalité soit vraie.
Chacune de ces valeurs est appelée **solution de l'équation**.

Exemple 2 Savoir si un nombre est solution d'une équation

Est-ce que le nombre -2 est solution de l'équation $2x - 1 = 7x + 3$?
Testons la valeur $x = -2$:

$$\begin{array}{rcl}
 2 \times (-2) - 1 & & 7 \times (-2) + 3 \\
 -4 - 1 & & -14 + 3 \\
 -5 & & -11
 \end{array}$$

Comme $-5 \neq -11$, alors $x = -2$ n'est pas une solution de l'équation $2x - 1 = 7x + 3$.

Méthode de résolution d'une équation

Pour résoudre une équation, il faut « isoler » l'inconnue en utilisant les propriétés suivantes :

1. Une égalité est conservée lorsqu'on ajoute (ou on soustrait) un même nombre aux deux membres de cette égalité.
2. Une égalité est conservée lorsqu'on multiplie (ou on divise) par un même nombre non nul les deux membres de cette égalité.

Pour résoudre algébriquement une équation, on peut donc procéder en trois étapes :

1^{re} étape : On regroupe les variables.

2^e étape : On regroupe les constantes.

3^e étape : On cherche la valeur de $1x$.

Exemple 3 Premières résolutions d'équations

① Résoudre l'équation $x + 5 = 14$.

$$\begin{array}{r} x + 5 = 14 \\ -5 \quad -5 \quad \text{On soustrait 5 à chaque membre.} \\ \hline x = 9 \end{array}$$

② Résoudre l'équation $x - 3,2 = 11$.

$$\begin{array}{r} x - 3,2 = 11 \\ +3,2 \quad +3,2 \quad \text{On ajoute 3,2 à chaque membre.} \\ \hline x = 14,2 \end{array}$$

③ Résoudre l'équation $3y = 24$.

$$\begin{array}{r} 3y = 24 \\ \div 3 \quad \div 3 \quad \text{On divise chaque membre par 3.} \\ \hline y = 8 \end{array}$$

④ Résoudre l'équation $7x = -11$.

$$\begin{array}{r} 7x = -11 \\ \div 7 \quad \div 7 \quad \text{On divise chaque membre par 7.} \\ \hline x = \frac{-11}{7} \end{array}$$

⑤ Résoudre l'équation $2x + 4 = 31$.

$$\begin{array}{r} 2x + 4 = 31 \\ -4 \quad -4 \quad \text{On soustrait 4 à chaque membre.} \\ \hline 2x = 27 \\ \div 2 \quad \div 2 \quad \text{On divise chaque membre par 2.} \\ \hline x = 13,5 \end{array}$$

⑥ Résoudre l'équation $7t - 6 = 3t + 8$.

$$\begin{array}{r} 7t - 6 = 3t + 8 \\ -3t \quad -3t \quad \text{On soustrait 3t à chaque membre.} \\ \hline 4t - 6 = 8 \\ +6 \quad +6 \quad \text{On ajoute 6 à chaque membre.} \\ \hline 4t = 14 \\ \div 4 \quad \div 4 \quad \text{On divise chaque membre par 4.} \\ \hline t = 3,5 \end{array}$$

Équation produit

On appelle équation produit toute équation qui peut se mettre sous la forme $A \times B = 0$ (où A et B sont des expressions littérales).

Si un produit de facteurs est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul.

Autrement dit : si $A \times B = 0$ alors $A = 0$ ou $B = 0$.

La réciproque de cette propriété est vraie : « dans un produit, si un facteur est nul, alors le produit est nul. »

Exemple 4 Résoudre l'équation $(3x - 15)(2x + 6) = 0$

Si un produit est nul alors l'un au moins de ses facteurs est nul. On en déduit que :

$$\begin{array}{r} 3x - 15 = 0 \\ +15 \quad +15 \\ \hline 3x = 15 \\ \div 3 \quad \div 3 \\ \hline x = 5 \end{array} \quad \text{ou} \quad \begin{array}{r} 2x + 6 = 0 \\ -6 \quad -6 \\ \hline 2x = -6 \\ \div 2 \quad \div 2 \\ \hline x = -3 \end{array}$$

L'équation $(3x - 15)(2x + 6) = 0$ admet deux solutions : 5 et -3.

Exercice 1

Résous les équations suivantes :

a) $x + 7 = 13$

c) $-3z = 4$

e) $4y - 5 = 11$

b) $y - 5 = -4$

d) $\frac{x}{4} = -15$

f) $8z + 7 = 4z - 3$

Exercice 2

Résous les équations suivantes :

a) $(x + 5)(2x + 4) = 0$

b) $(2y + 3)(-7y + 9) = 0$

Exercice 3

Voici un programme de calcul :

- Choisir un nombre.
- Multiplier par 6.
- Ajouter 9.

1. Si on choisit 7 comme nombre de départ, quel nombre obtient-on ?
2. Quel nombre doit-on choisir au départ si l'on veut obtenir 75 comme résultat ?
3. Quel nombre doit-on choisir au départ si l'on veut obtenir son triple comme résultat ?

Exercice 4

À sa première évaluation, Jean a eu 11,5 sur 20. Quelle note doit-il obtenir à sa prochaine évaluation pour que sa moyenne soit égale à 13 ?

Exercice 5

Emmy et Nathan saisissent sur leur calculatrice un même nombre et appliquent un programme de calcul différent. À la fin, ils obtiennent le même résultat.

Programme d'Emmy

Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 7
Soustraire 5 au résultat

Programme de Nathan

Choisir un nombre.
Multiplier ce nombre par 4.
Ajouter 10 à ce nombre.

Trouve le nombre qu'Emmy et Nathan avaient choisi comme nombre de départ.

Enigme 1

Avec son argent de poche, Théo peut s'acheter trois T-shirts et il lui restera 22 €. Par contre, si il veut en acheter 9, il lui manquera 30 €. Calcule le prix d'un T-shirt et le montant de son argent de poche.