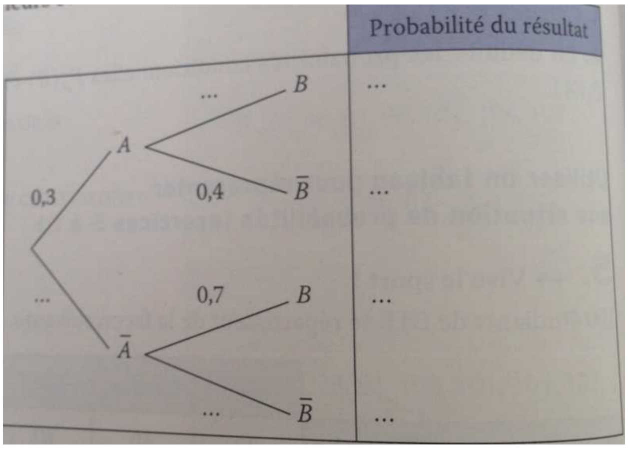
Loi de Bernoulli et arbre pondérés

0.1 Arbres pondérés

Exercice 1. Une expérience aléatoire est représentée par l'arbre ci-dessous. Dans celui-ci, A et B désignent deux évènements ; $\bar{A}$ et $\bar{B}$ représentent leur évènement complémentaire.



1. Compléter l'arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité des évènements obtenus à la fin de chaque branche.
3. En déduire la valeur de $\mathbb{P}(B)$.

Exercice 2. Une urne contient 2 boules noires et 8 boules blanches ; toutes les boules sont indiscernables au touché. On prélève au hasard une boule dans l'urne. N désigne l'évènement « obtenir une boule noire » et B désigne l'évènement « obtenir une boule blanche ».

1. Dresser un arbre pondéré décrivant la situation.
2. Trois prélèvements (avec remise) dans l'urne sont réalisés de manière successive. Compléter l'arbre pondéré en conséquent.
3. Calculer la probabilité de l'évènement E : « obtenir trois boules noires ».
4. Montrer que la probabilité de l'évènement F : « obtenir exactement deux boules noires » vaut $0,096$.

Exercice 3. Au goûter d'un centre de vacances, Céline prend un gâteau fourré puis une brique de jus de fruits. Dans un premier sac, il y a 12 gâteaux à l'orange et 36 gâteaux à la fraise. Dans un second sac, il y a 24 briques de jus de pommes et 24 briques de jus de raisin.

On notera O le choix d'un gâteau à l'orange, F le choix d'un gâteau à la fraise, P le choix d'une brique au jus de pomme et R le choix d'une brique de jus de raison.

1. Construire un arbre pondéré illustrant cette situation puis déterminer l'ensemble des issues possibles.
2. Calculer la probabilité de l'évènement A : « Céline a pris un gâteau à l'orange et un jus de pomme ».

Exercice 4. Pour réaliser un travail en art plastiques, Mélanie dispose d'une boîte d'objets à peindre ; 48% des objets sont des cubes et 52% des sphères. Il dispose également de 5 tubes de peinture, 3 tubes de vert, 1 tube de bleu et 1 tube de jaune. Il prend au hasard un objet et un tube de peinture.

1. Construire un arbre illustrant cette situation et déterminer l'ensemble des issues possibles.
2. Calculer la probabilité de l'évènement A :« Mélanie prend un cube et un tube de peinture verte ».
3. Calculer la probabilité de l'évènement B :« Mélanie prend une sphère et un tube de peinture jaune ».

0.2 Epreuves de Bernoulli

Exercice 5. Un avion possède deux moteurs identiques. La probabilité que chacun tombe en panne est $0,001$. On suppose que la panne d'un moteur n'a aucune influence sur la panne de l'autre moteur.

Construire un arbre pondéré illustrant la situation. Justifier qu'il s'agit d'une épreuve de Bernoulli et donner la probabilité de succès.

Exercice 6. Des plats cuisinés d'un certain type sont fabriqués en grande quantités. Parmi les 5 000 plats préparés, on prélève l'un d'entre eux au hasard pour vérifier s'il est conforme (C désignera un tel évènement) ; lors du dernier contrôle, 4850 plats étaient conformes.

1. Déterminer la probabilité de l'évènement C.
2. Justifier que l'expérience aléatoire est une épreuve de Bernoulli.
3. Donner deux exemples d'expériences aléatoires qui ne sont pas des épreuves de Bernoulli.

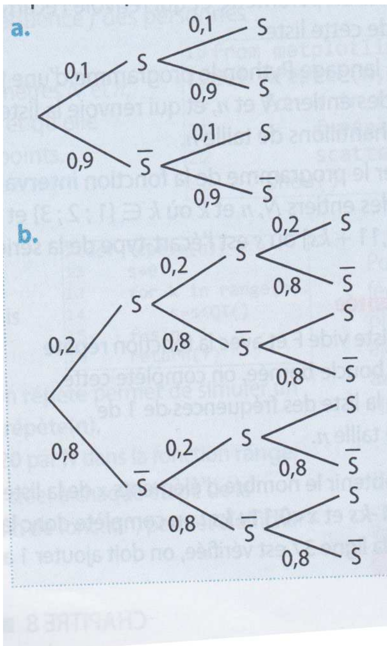
Exercice 7. La probabilité pour qu'un français ait comme groupe sanguin le groupe A vaut $0,45$. On étudie le groupe sanguin de trois personnes prises au hasard dans la population française.

1. Construire un arbre illustrant cette situation. Justifier qu'il s'agit d'un épreuve de Bernoulli
2. Quelle est la probabilité que ces trois personnes appartiennent toutes au groupe A ?
3. Quelle est la probabilité qu'au moins une de ces personnes appartienne au groupe A ?

0.3 Schéma de Bernoulli

Exercice 8. On a représenté par un arbre ci-dessous la répétition d'épreuves de Bernoulli indépendantes.

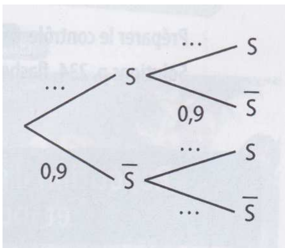
Dans chaque cas, déterminer le nombre de répétition et la probabilité du succès S.



Exercice 9. Un sac contient 4 boules orange et 6 boules violettes. On tire successivement, et avec remise, trois boules dans le sac.

1. Justifier qu'il s'agit d'un schéma de Bernoulli
2. Calculer la probabilité des évènements A : « les trois boules sont orange » et B :« exactement une boule est orange ».

Exercice 10. On a représenté par un arbre pondéré (cf. figure ci-dessous) la répétition de deux épreuves de Bernoulli indépendantes.

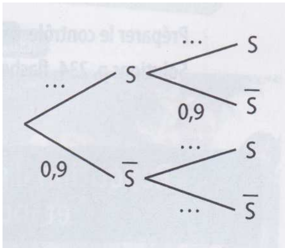


1. Recopier et compléter l'arbre.
2. Quelle est la probabilité de l'issue SS ? de l'issue $\bar{S}S$?

Exercice 11. On lance un dé cubique équilibré trois fois de suite. On appelle succès le fait d'obtenir le numéro 6.

1. Combien y-a-t-il de répétitions de l'épreuve ? Justifier qu'il s'agit d'un schéma de Bernoulli.
2. Calculer la probabilité d'obtenir 0 succès, 1 succès, 2 succès puis 3 succès.

Exercice 12. On donne ci dessous un arbre pondéré incomplet modélisant la répétition de deux épreuves de Bernoulli indépendantes.



1. Recopier et compléter l'arbre.
2. Quelle est la probabilité de l'issue $A\bar{A}$? de l'issue $\bar{A}\bar{A}$?

0.4 Epreuves indépendantes

Exercice 13. Gaspard a collé une gommette sur chacune des faces d'un dé : trois gommettes bleues et trois gommettes rouges. Sur les faces d'un autre dé, il a de nouveau collé six gommettes : trois bleues, deux jaunes et une verte. Il lance un dé, puis l'autre, et note la couleur obtenue pour chaque dé.

1. Représenter l'arbre pondéré illustrant la situation.
2. Calculer la probabilité de l'évènement E_1 : « obtenir deux faces bleues ».
3. Calculer la probabilité de l'évènement E_2 : « les deux faces obtenues sont de la même couleur ».

Exercice 14. Alice joue au jeu suivant : elle tire au hasard un des deux jetons d'un premier sac, notés J_1 et J_2, et note le jeton obtenu. Elle tire ensuite une des trois boules d'un second sac, notées B_1, B_2 et B_3, et note la boule obtenue.

Construire un arbre de probabilités illustrant cette situation, puis déterminer l'ensemble des issues possibles.