0.1 Exercices chapitre 10 : monotonie d'une suite

0.1.1 Rappels

Exercice 1.

1. Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $u_n = -4n+6$. Montrer que $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.
2. Soit $(v_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $v_n = 5\times 3^{n+1}$. Montrer que $(v_n)_{n\geq 0}$ est une suite arithmétique dont on précisera la raison et le premier terme.

Exercice 2. Un arbre croît de 5 cm chaque mois. Le 1er janvier, il mesure 690 cm. On note h_n la hauteur en centimètres de l'arbre, n mois après le 1er janvier 2019 ; ainsi $h_0 = 690$.

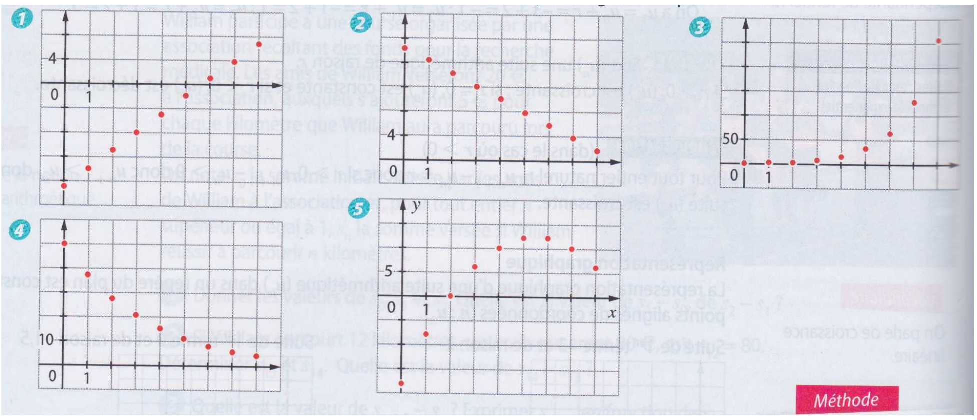
1. Donner les valeurs de h_1 et de h_2. des hauteurs de l'arbre au bout d'un mois.
2. Exprimer h_{n+1} en fonction de h_n. Quelle est la nature de la suite ? Préciser ses paramètres.
3. Déterminer la hauteur de l'arbre le 1er mai 2019.
4. Utiliser la calculatrice pour représenter graphiquement la suite. Semble-t-elle être croissante ou décroissante ?

Exercice 3. Le chiffre d'affaires d'une entreprise augmente de 4% par an. En 2018 ce chiffre est de 500 000 euros. Pour $n \in \mathbb{N}$, on note c_n le chiffre d'affaires de l'année $2018 + n$.

1. Déterminer le chiffre d'affaire en 2019 et en 2020.
2. Exprimer c_{n+1} en fonction de c_n. Quelle est la nature de la suite ? Préciser ses paramètres.
3. Déterminer le chiffre d'affaire de l'année 1er mai 2022.
4. Utiliser la calculatrice pour représenter graphiquement la suite. Semble-t-elle être croissante ou décroissante ?

0.1.2 Monotonie d'une suite

Exercice 4. On donne la représentation graphique de différentes suites.



1. Déterminer lesquelles de ces représentations graphiques correspondent à celle d'une suite arithmétique.
2. Déterminer lesquelles de ces représentations graphiques correspondent à celle d'une suite géométrique.
3. Conjecturez à partir des graphiques quelles suites semblent être croissantes et lesquelles semblent être décroissante.

Exercice 5. La suite $(s_n)_{n\geq 0}$ est définie sur $\mathbb{N}$ par $s_n = \frac{5n}{n+2}$.

1. Déterminer les neuf premier termes de la suite.
2. Représenter graphiquement ces termes dans un repère.
3. Quelle semble être la monotonie de la suite ?

Exercice 6. Déterminer, en justifiant, le sens de variation de chacunes des suites données ci-dessous.

1. Soit $(w_n)_{n\geq 0}$ la suite arithmétique de premier terme 12 et de raison $r = -3$.
2. Soit $(t_n)_{n\geq 0}$ la suite géométrique de premier terme $t_0 = 5\,000$ et de raison $q = 3$.
3. Soit $(v_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $v_{n+1} = 0,6v_n$ pour tout entier $n \geq 0$ et $v_0 = 2,5$.
4. Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite arithmétique de premier terme -8 et de raison $r = \frac{1}{2}$.

Exercice 7. Soit $(v_n)_{n\geq 0}$ la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 2n^2 - 2n - 7$.

1. Calculer les quatre premiers termes de la suite. Conjecturez le sens de variation de la suite.
2. Montre que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_{n+1} - v_n = 4n$. A l'aide de cette relation, démontrer la conjecture de la question précédente.

3. Calculer v_{225}. En déduire, en justifiant la réponse, le seuil à partir duquel $v_n > 10^6$ pour tout entier $n \in \mathbb{N}$.

Exercice 8. Dans chaque cas, exprimer $u_{n+1} - u_n$ en fonction de n, puis déterminer le sens de variation de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$.

1. $u_n = 3 - 2n$.
2. $u_n = \frac{1}{n+1}$.
3. $u_n = 3n^2 - 4$

Exercice 9. Vrai ou Faux ? Justifier votre réponse.

1. La suite $(v_n)_{n\geq 0}$ définie par
$$\begin{cases} v_{n+1} = v_n - n^2 \quad \text{avec} \quad n \geq 0, \\ v_0 = 1 \end{cases}$$
est croissante.
2. La suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = n^2 - 8n + 20$ est croissante à partir de $n \geq 4$.