Nombres rationnels

→ Cours 1

Questions Flash

13 Parmi les nombres rationnels ci-dessous, indiquer ceux qui sont des nombres décimaux.

- $\frac{2}{3}$ • $-0{,}33$ • $\frac{1}{10}$ • $-\frac{6}{3}$

14 Dans cette liste, quelles écritures désignent le nombre $\frac{1}{4}$?

- $0{,}25$ • $0{,}4$ • $\frac{25}{100}$ • $\frac{5}{20}$

15 L'un de ces nombres n'est pas un nombre décimal. Lequel ?

(1) $\frac{17}{20}$ **(2)** $\frac{3}{4}$ **(3)** $\frac{4}{3}$ **(4)** $\frac{32}{100}$

16 Sofian affirme : « Tous les nombres rationnels sont des nombres décimaux. » A-t-il raison ?

17 Louane affirme : « $\frac{1}{3}$ s'écrit 0,333…, donc j'en conclus que l'écriture de 0,777… sous forme de fraction est $\frac{1}{7}$. »
A-t-elle raison ?

18 Dans cette liste, quelle écriture ne désigne pas le même nombre rationnel que les autres ?

- $\frac{25}{45}$ • $\frac{5}{9}$ • $\frac{30}{36}$ • $\frac{1}{3}+\frac{2}{9}$ • $\frac{-10}{-18}$

19 Dans chaque cas, donner deux autres écritures fractionnaires du nombre rationnel.

a) $\frac{5}{6}$ **b)** $\frac{30}{54}$ **c)** $-\frac{5}{17}$

20 **a)** Donner le développement décimal de chacun de ces nombres rationnels.

- $\frac{1}{2}$ • $\frac{1}{4}$ • $\frac{3}{4}$ • $\frac{7}{5}$ • $\frac{36}{12}$ • $\frac{143}{110}$

b) Justifier que ces nombres sont des nombres décimaux.

21 **a)** Donner le développement décimal du nombre rationnel $\frac{k}{5}$ pour k prenant les valeurs 1, 2, 3 et 4.

b) Justifier que ces nombres sont des nombres décimaux.

22 Lesquels de ces nombres sont décimaux ?

- $0{,}526$ • $\frac{1}{2}$ • $-\frac{7}{3}$ • $-\frac{4}{5}$
- $\frac{16}{2}$ • $\frac{0{,}8}{0{,}6}$ • 2×10^{-3} • $\sqrt{\frac{49}{25}}$

23 Lesquels de ces nombres sont décimaux ?

- $\frac{2}{3}$ • $\frac{16}{240}$ • $\frac{54}{31}$ • $\frac{156\,250}{1128}$
- $-\frac{31}{1700}$ • $\frac{13\,230}{14\,000}$ • $-\sqrt{81}$ • $\frac{123}{500}$

24 Lesquels de ces nombres sont des rationnels non décimaux ?

- $\frac{1{,}2}{1{,}5}$ • $-\frac{7}{3}$ • $0{,}1333$ • $\frac{76}{600}$
- $\frac{35}{7}$ • $\frac{14{,}7}{2}$ • 3×10^{-4} • $\frac{36}{7}$

Pour les exercices 25 à 28, déterminer la nature de chaque nombre.

25 • $\frac{81}{4}$ • $\frac{4}{81}$ • $\frac{15}{5}$ • $\frac{7}{40}$

26 • $\frac{4+5}{2+5}$ • 10^{-5} • $1{,}78$ • $-\frac{1}{3}$

27 • $\frac{31}{3200}$ • $\frac{13}{11}$ • $-\frac{14}{3}$ • $-\frac{42}{6}$

28 • 3,65 • 3,656 5… • 0,345 243 • 0,345 45…

29 Voici deux listes de nombres.

Liste 1 : $-\frac{1}{5}$; $\frac{1001}{56}$; $\frac{178\,000}{9\,999}$; $\frac{1}{6}$; $-\frac{577}{50}$

Liste 2 : 0,166 6… ; 17,875 ; 0,08 ; −0,2 ; 17,814 214 2…

Indiquer les nombres de la liste 1 qui sont égaux à un nombre de la liste 2 et préciser pour chacun d'eux leur nature.

30 Adama affirme : « D'après cet écran de calculatrice, le nombre $\frac{101}{43}$ est décimal car sa partie décimale a un nombre fini de chiffres. »

```
101÷43
              2.348837209
```

Sa camarade Marine lui propose de soustraire la partie entière 2 et obtient ce nouvel écran :

```
101÷43−2
             0.3488372093
```

Que dire de l'affirmation d'Adama ?

Nombres réels

→ Cours 2

Questions Flash

31 Pour chacun de ces nombres réels, indiquer s'il est rationnel ou irrationnel.

- $2\sqrt{2}$ • $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{8}}$ • $-\dfrac{15}{7}$ • $\dfrac{3\pi}{4}$

32 Lina affirme : « Le nombre $\dfrac{\pi}{100}$ est rationnel puisque $100 = 10^2$. » A-t-elle raison ?

33 Emmanuel affirme : « 3,243 est un nombre décimal mais pas un nombre réel. » A-t-il raison ?

34 Voici un écran de calculatrice :

```
π
                3.141592654
```

Pour chaque question, indiquer la réponse exacte.

a) Les décimaux permettant un encadrement d'amplitude 10^{-2} de π sont :

(1) 3,14 et 3,15 **(2)** 3,141 et 3,142 **(3)** 3,1 et 3,2

b) L'arrondi au centième de π est :

(1) 3,14 **(2)** 3,15 **(3)** 3,1

c) L'arrondi au millionième de π est :

(1) 3,141 592 **(2)** 3,141 592 7 **(3)** 3,141 593

35 Sur une droite graduée (*unité* : 2 cm), représenter le plus précisément possible les nombres entiers en rouge, les nombres rationnels non entiers en vert et les nombres irrationnels en bleu.

- $-2{,}5$ • $\sqrt{2}$ • $\dfrac{1}{3}$ • $\dfrac{4}{2}$ • $-\dfrac{24}{7}$
- $-\pi$ • $-1{,}67$ • $\dfrac{24}{6}$ • 10^{-1} • $\dfrac{11}{6}$

36 Recopier et compléter les pointillés par le symbole $\in$ ou $\notin$ qui convient.

- $-15{,}4 \ldots \mathbb{Q}$ • $\dfrac{1}{\pi} \ldots \mathbb{R}$ • $-\sqrt{4} \ldots \mathbb{Z}$
- $\dfrac{9}{11} \ldots \mathbb{D}$ • $\dfrac{12}{6} \ldots \mathbb{N}$ • $\dfrac{\pi}{2} \ldots \mathbb{Q}$

37 Rachel affirme : « $\pi = \dfrac{1\,980\,127}{630\,294}$ »

```
π
                3.141592654
1980127÷630294
                3.141592654
```

A-t-elle raison ?

Pour les exercices 38 à 40, indiquer la nature de chaque nombre.

38 • $\sqrt{2}$ • $-\dfrac{5}{4}$ • 5×10^4 • $\dfrac{8}{7}$ • $\dfrac{\pi}{4}$

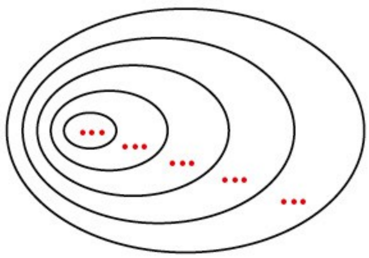
39 • $1{,}414$ • $\dfrac{7}{6}$ • $\sqrt{5} + 4$ • $\dfrac{5\pi}{8\pi}$ • $\sqrt{0{,}81}$

40 • $(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)$ • $3 - \sqrt{5}$ • $\sqrt{54{,}76}$

41 Dans chaque cas, expliquer pourquoi le nombre n'est pas irrationnel. Préciser alors sa nature.

a) $(3 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2})$ **b)** $\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2$

42 **1. a)** Recopier et compléter ce schéma par les lettres $\mathbb{D}$, $\mathbb{N}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$ et $\mathbb{Z}$.



b) Colorer la partie qui représente les nombres irrationnels en rouge et celle des nombres rationnels non décimaux en vert.

2. Sur ce schéma, placer les nombres :

- $0{,}5$ • 0 • -5 • $\dfrac{8}{4}$ • $\dfrac{7}{3}$ • $-\sqrt{2}$

43 **a)** Recopier et compléter ce tableau dans lequel une croix indique que le nombre appartient à l'ensemble correspondant.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{D}$	$\mathbb{Q}$	$\mathbb{R}$
$-\dfrac{5}{2}$			X	X	X
$-\dfrac{6}{2}$					
$-\sqrt{121}$					
$\sqrt{7}$					
2π					
$4{,}5 \times 10^{-4}$					
$-\dfrac{7}{9}$					
$\dfrac{617}{8}$					

b) En déduire la nature de chaque nombre.

44 Pour chaque nombre, donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement décimal d'amplitude 10^{-3} puis donner l'arrondi au millième.

a) $\sqrt{7}$ **b)** $-\dfrac{7}{3}$ **c)** π^3

45 Pour chaque nombre, donner, à l'aide de la calculatrice, un encadrement décimal d'amplitude 10^{-2} puis donner l'arrondi au centième.

a) $4-\sqrt{2}$ **b)** $3\sqrt{15}+5\times\dfrac{\pi-1}{6}$ **c)** $\sqrt{\pi-3}$

46 Histoire des maths Vers 250 avant J.-C., le mathématicien grec Archimède démontre que $\dfrac{223}{71}<\pi<\dfrac{22}{7}$.

a) Est-ce un encadrement décimal ?

b) Déterminer l'amplitude de cet encadrement.

Arrondir au millième.

47 Histoire des maths **a)** En Inde, vers 380 av. J.-C., $3+\dfrac{177}{1\,250}$ est utilisé comme valeur approchée de π.

Recopier et compléter :

« Cette valeur est l'arrondi de π à $10^{-\cdots}$. »

b) En Chine, au 5^e^ siècle, $\dfrac{355}{113}$ est utilisé comme valeur approchée de π.

Recopier et compléter : « Cette valeur permet de connaître l'arrondi de π jusqu'à $10^{-\cdots}$. »

48 Pour chaque nombre, donner l'arrondi à la précision demandée avec la calculatrice.

a) $\sqrt{3}-3$ au dixième **b)** $\sqrt{\pi}$ au centième

c) 3π au millième **d)** $4\sqrt{2}$ au centième

49 ABC est un triangle équilatéral de côté 2 cm.

a) Calculer la valeur exacte de sa hauteur AH, en cm, puis déterminer la nature de ce nombre.

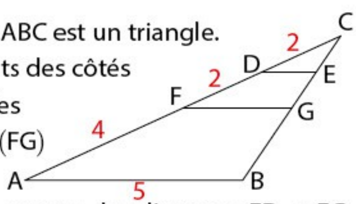
b) Donner son arrondi au dixième.

50 $\mathscr{C}$ est un cercle de rayon 3 cm.

a) Exprimer sa longueur, en cm, en fonction de π, puis déterminer la nature de ce nombre.

b) Donner son arrondi au centième.

51 Sur cette figure, ABC est un triangle. D, E, F, G sont des points des côtés [AC] et [BC] tels que les droites (AB), (ED) et (FG) sont parallèles.



a) Calculer les valeurs exactes des distances ED et FG, en cm, puis déterminer la nature de chaque nombre.

b) Donner l'arrondi au dix-millième de ED.

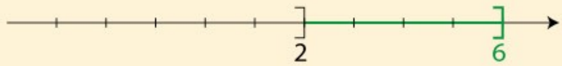
Intervalles

→ Cours 3. A

Questions flash

52 Lequel de ces intervalles est représenté ci-dessous ?

(1) $]2\,;+\infty[$ **(2)** $]2\,;6[$ **(3)** $]2\,;6]$



53 Dans chaque cas, indiquer l'intervalle auquel correspond chaque inégalité.

a) $x>4$:

(1) $[4\,;+\infty[$ **(2)** $]-\infty\,;4[$ **(3)** $]4\,;+\infty[$

b) $-1\leqslant x\leqslant 2$:

(1) $]-1\,;2]$ **(2)** $[-1\,;2]$ **(3)** $]-1\,;2[$

c) $x\leqslant -7$:

(1) $]-\infty\,;-7]$ **(2)** $[-7\,;+\infty[$ **(3)** $]-\infty\,;-7[$

d) $-8<x\leqslant 3$:

(1) $]-8\,;3]$ **(2)** $[-8\,;3]$ **(3)** $[-8\,;3[$

54 Indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse.

a) $-3\in\,]-\infty\,;0]$ **b)** $\dfrac{1}{3}\in\,]1\,;+\infty[$

c) $-4\in\,]-\infty\,;-4]$ **d)** $2\in\,]2\,;8]$

Pour les exercices 55 et 56, traduire chaque information donnée par l'appartenance de x à un intervalle ou une réunion d'intervalles et représenter cet ensemble sur une droite graduée.

55 **a)** $3\leqslant x\leqslant 7$ **b)** $x<5$

c) $1<x\leqslant 8$ **d)** $x\leqslant 2$ ou $x\geqslant 3$

56 **a)** $-1\leqslant x<6$ **b)** $x>0{,}4$ **c)** $3{,}9<x$

d) $7{,}1<x<11{,}2$ **e)** $x\leqslant -\dfrac{2}{7}$ **f)** $x\geqslant 5$

Pour les exercices 57 à 59, représenter chaque information sur une droite graduée et la traduire par des inégalités.

57 **a)** $x\in[-2\,;6[$ **b)** $x\in\,]-\infty\,;3]$

c) $x\in[4\,;12]$ **d)** $x\in[5\,;+\infty[$

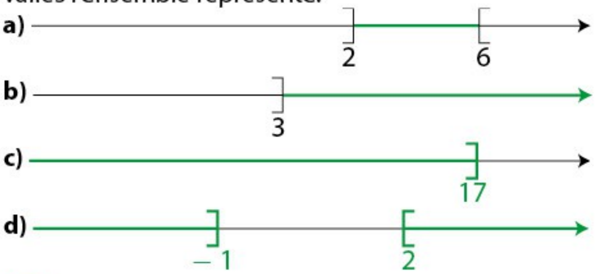
58 **a)** $x\in[-1\,;+\infty[$ **b)** $x\in\,]-5\,;8[$

c) $x\in\,]4\,;10{,}5]$ **d)** $x\in\,]-\infty\,;-2]$

59 **a)** $x\in\,]-\infty\,;0]\cup\,]2\,;+\infty[$ **b)** $x\in\mathbb{R}-\{5\}$

c) $]-\infty\,;-4[\,\cup\,]7\,;+\infty[$ **d)** $x\in\mathbb{R}^*-\{-2\}$

60 Dans chaque cas, désigner avec un ou des intervalles l'ensemble représenté.



61 Recopier et compléter par $\in$ ou $\notin$.

a) $-2{,}5$ ... $[-3\,;5]$ **b)** $\frac{\pi}{2}$ ... $[-3\,;3[$

c) -7 ... $]-6\,;-3[$ **d)** 1 ... $[1\,;6]$

e) 0 ... $]0\,;+\infty[$ **f)** 10^{-1} ... $]-\infty\,;0]$

g) $1{,}3$ ... $[-5\,;0[\ \cup\ ]2\,;+\infty[$ **h)** -4 ... $[-3\,;+\infty[$

62 Dans chaque cas, écrire à l'aide d'un ou des intervalles l'ensemble des nombres réels :

a) supérieurs ou égaux à 8 ;

b) positifs ou nuls ;

c) strictement inférieurs à -4 ;

d) strictement compris entre $-\pi$ et 2π ;

e) strictement inférieurs à 5 ou strictement supérieurs à 10.

Distance entre deux nombres réels

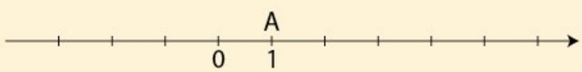
→ Cours 3. B et C

Questions Flash

63 M est un point d'une droite graduée d'origine O. Déterminer mentalement la distance OM lorsque M a pour abscisse :

a) 12 **b)** -2 **c)** $1-\sqrt{3}$

64 A est le point d'abscisse 1 d'une droite graduée.



Déterminer mentalement les abscisses possibles du point M lorsque :

a) $\mathrm{AM} = 2$ **b)** $\mathrm{AM} \leqslant 3$ **c)** $\mathrm{AM} \geqslant 1$

65 Dans chaque cas, déterminer mentalement la distance entre les deux nombres réels donnés.

a) 6 et 8,3 **b)** $-0{,}25$ et $0{,}25$ **c)** -1 et $-3{,}7$

66 Maya affirme : « La distance entre $\sqrt{2}$ et -1 est égale à $\sqrt{2}-1$. » A-t-elle raison ?

67 Dans chaque cas, calculer la distance entre les nombres réels.

a) -5 et 10 **b)** $-2\sqrt{2}$ et $-\sqrt{12}$ **c)** $-\pi$ et 4π

68 x désigne un nombre réel. Dans chaque cas, interpréter en terme de distance entre nombres réels.

a) $|x-3|$ **b)** $|x+6|$ **c)** $|7-x|$ **d)** $|-9+x|$

69 Sur une droite graduée, A, B, C et D sont les points d'abscisses respectives -14, $-\frac{1}{2}$, 7 et $\frac{1}{3}$.

Calculer les distances AB, BD, BC et CD.

70 Dans chaque cas, écrire sans la notation valeur absolue.

a) $|2+\pi|$ **b)** $|1-\sqrt{3}|$ **c)** $|\pi-4|$

71 Dans chaque cas, représenter sur une droite graduée les points M d'abscisse x vérifiant l'inégalité.

a) $|x| \geqslant 3$ **b)** $|x-1| < 0{,}5$

c) $|x+4| \leqslant 2$ **d)** $|x-2| \geqslant 1$

Pour les exercices 72 à 74, représenter sur une droite graduée l'ensemble auquel appartient le nombre réel x puis écrire cet ensemble à l'aide d'intervalles si possible.

72 **a)** $|x-3| = 4{,}5$ **b)** $|x-5| \leqslant 4$

c) $|x+1| < 3$ **d)** $|x-6| \geqslant 2$

73 **a)** $|x+2| \leqslant 2{,}5$ **b)** $|x-3| = 9$

c) $|x-4{,}2| < 1{,}2$ **d)** $|x-\sqrt{2}| > \sqrt{2}$

74 **a)** $|x| \leqslant 1$ **b)** $|x| = 5$

c) $\left|x+\frac{2}{5}\right| \geqslant \frac{3}{4}$ **d)** $|x-\pi| \leqslant 3\pi$

75 Recopier et compléter.

a) $x \in]-2\,;4[$ signifie que $|x - \ldots| < \ldots$.

b) $x \in [\ldots\,;\ldots]$ signifie que $|x-2| \leqslant 4$.

c) $x \in [-5\,;1]$ signifie que $|x\ldots| \leqslant \ldots$.

d) $x \in]\ldots\,;\ldots[$ signifie que $|x+3| < 6$.

e) $x \in]-\infty\,;0{,}5[\ \cup\ ]2\,;+\infty[$ signifie que $|x\ldots| > \ldots$.

f) $x \in]-\infty\,;3]\ \cup\ [\ldots\,;+\infty[$ signifie que $|x\ldots| \geqslant 2$.

76 x désigne un nombre réel.

Dans chaque cas, utiliser la notation valeur absolue pour traduire l'appartenance de x à l'ensemble.

a) $x \in [-1\,;7]$ **b)** $x \in]-\infty\,;-3]\ \cup\ [1\,;+\infty[$

c) $x \in]-10\,;11[$ **d)** $x \in]-\infty\,;-10]\ \cup\ [-3\,;+\infty[$